Analysen "Die Nutzung von Computeralgebra im Mathematikunterricht der Mittelstufe (Kl. 7-10)" – eine Nachbetrachtung

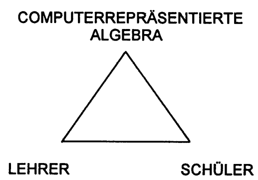
Heinz Schumann, Weingarten

1. Einleitung

Die Integration des "Computers", insbesondere die Integration von Computeralgebrasystemen (CAS) in den Mathematikunterricht, auch in den der Mittelstufe, stellt eine der großen mathematikdidaktischen Herausforderungen unserer Zeit dar, die in ihrer Tragweite nicht mit der "Trivialisierung" numerischen Rechnens durch die Verwendung von Taschenrechnern verglichen werden kann. – Die Diskrepanz zwischen den bisher entwickelten und erprobten Integrationskonzepten für den Einsatz von CAS und ihrer bisherigen curricularen Akzeptanz ist u.a. auf das Fehlen portabler (und kompatibler) Hardware für den Schülergebrauch, auf die mangelhafte Lehrerfortbildung und auf die traditionelle Definition mathematischer Qualifikationen für die Bildungsabschlüsse zurückzuführen. Das Dilemma zwischen dem unterrichtlichen Einsatz von Technologie und den nicht absehbaren Technologiefolgen ist dabei ein weitverbreitetes Argument, sich nicht mit CAS im Hinblick auf das Mathematiklernen und Mathematiklehren auseinandersetzen zu müssen. In diesem Zusammenhang wird gern die naive Forderung erhoben: "Erst wenn man weiß, welche Auswirkungen die Nutzung von CAS auf das Mathematiklernen hat, dann kann man CAS im Unterricht einsetzen", eine Forderung, der niemals in dieser Form genügt werden kann.

Eine Diskussion der generellen Problematik der schulischen Nutzung von CAS, die auch Relevanz für die Mittelstufe hat, geben u.a. Hillel (1991 u. 1993), Bibby (1991) Hodgson/Muller (1992) und Schneider (1997). Wir akzentuieren im folgenden nur einige Gesichtspunkte:

Hinsichtlich des "didaktischen Dreiecks"



lassen sich folgende allgemeine didaktische Forschungsfragen stellen:

Welche Änderungen erfahren unter dem Eindruck von computerrepräsentierter (Schul-) Algebra in der Mittelstufe

- die Beziehungen zwischen Lehrer und Schüler
- die Beziehung des Lehrers zur Algebra
- die Beziehung des Schülers zur Algebra.

Wobei wir hier etwa zwischen Beziehungen kognitiver und affektiver Art unterscheiden können. Andere grundsätzliche didaktische Forschungsfragen, die sich auf die algebraischen Inhalte beziehen, sind die folgenden:

- Welche der traditionellen Unterrrichtsgegenstände der Mittelstufe eignen sich besonders für eine Behandlung mit CAS?
- Welche bisher nicht behandelten Inhalte werden durch den Einsatz von CAS in der Mittelstufe überhaupt erst zugänglich?
- Warum sollte bei der Behandlung eines bestimmten Unterrichtsgegenstandes in der Mittelstufe ein CAS eingesetzt werden?
- Wie sollte bei der Behandlung eines bestimmten Unterrichtsgegenstandes in der Mittelstufe ein CAS eingesetzt werden und in welcher Beziehung steht dabei das einzusetzende CAS zu anderen Medien?

Im heutigen Algebra-Unterricht der Mittelstufe verwenden die Lehrer (nach Umfragen des Autors) mehr als zwei Drittel der Unterrichtszeit für das Automatisieren von arithmetisch-algebraischen Umformungs- und Lösungstechniken. Die automatisierte Beherrschung elementarer Algorithmen in ihrer hierarchischen Ordnung ist unbedingte Notwendigkeit für den mathematischen Schulerfolg. Motto: Wer Schwierigkeiten hat im Bruchrechnen, der bekommt auch welche beim Lösen von linearen Gleichungen usw. Welche Defizite ein derartiger Algebraunterricht unter weitgehender Vernachlässigung des Begründungsaspekts hat, zeigt u.a. Malle (1993). Umgekehrt ist natürlich ein begründender Algebra-Unterricht, in dem es im wesentlichen um das Verstehen von algebraischen Verfahren und Begriffen geht und in dem der instrumentelle Aspekt vernachlässigt wird, gleichermaßen erfolglos, denn mit Einsicht allein lernt der Schüler nicht die sichere, das Gedächtnis entlastende Ausführen elementarer Algorithmen. – Wir wissen heute noch wenig über das rechte Verhältnis von "begründender und instrumenteller Algebra" im traditionellen Mathematikunterricht. Wie soll auf dieser unsicheren Erkenntnisbasis ein Unterricht installiert werden, in dem unter dem Verlust händischer Algebra-Fertigkeiten Lehrer und Schüler der Mittelstufe keine Möglichkeit der Einsicht in die den CAS unterliegenden Algorithmen mehr haben?

An drei prototypischen Beispielen soll veranschaulicht werden, wie z.B. mit DERIVE 3.0 (DOS) sowohl der begründende als auch der instrumentelle Aspekt im Rahmen eines jeweils interaktiv ausgeführten, experimentellen Lösungsvorgangs, der auch händisch (nach-)vollzogen werden könnte, versöhnt werden kann. Es wird die Makrotechnik verwendet, die erst ein modulares Arbeiten (Schumann 1993) möglich macht, wie es auch z.B. bei der Nutzung geometrischer Computerwerkzeuge üblich ist.

Das erste Beispiel zeigt das Entdecken von Äquivalenzumformungen beim Lösen von linearen Gleichungen (Fig. 1).

Im zweiten Beispiel wird eine grafische Begründung für die Addditionsmethode zum Lösen linearer Gleichungssysteme mit zwei Variablen gegeben (Fig. 2).

Das dritte Beispiel (Fig. 3) zeigt eine schrittweise Lösungsplanung und Planungsausführung für eine komplexere und realitätsnahe Textaufgabe in einer kontextuellen Implementationsform (Schumann 1997a).

#1 :	$14 \cdot x - \frac{8}{5} = 6 - 2 \cdot x$	User
#2 :	$x = \frac{19}{40}$	Solve(#1)
#3 :	$14 \cdot \frac{19}{40} - \frac{8}{5} = 6 - 2 \cdot \frac{19}{40}$	Sub(#1)
#4 :	$\frac{101}{20} = \frac{101}{20}$	Simp(#3)
#5 :	$14 \cdot x - \frac{8}{5} = 6 - 2 \cdot x + 2 \cdot x$	User
#6 :	$14 \cdot x - \frac{8}{5} = 6$	Simp(#5)
#7 :	$x = \frac{19}{35}$	Solve(#6)
#8 :	$\left[14 \cdot x - \frac{8}{5} = 6 - 2 \cdot x\right] + 2 \cdot x$	User
#9 :	$16 \cdot x - \frac{8}{5} = 6$	Simp(#8)
#10 :	$x = \frac{19}{40}$	Solve(#9)
#11 :	$16 \cdot x - \frac{8}{5} + \frac{8}{5} = 6$	User
#12 :	$16 \cdot x = 6$	Simp(#11)
#13 :	$x = \frac{3}{8}$	Solve(#12)
#14 :	$\left[16 \cdot x - \frac{8}{5} = 6\right] + \frac{8}{5}$	User
#15 :	$16 \cdot x = \frac{38}{5}$	Simp(#14)
#16 :	$x = \frac{19}{40}$	Solve(#15)
#17 :	$\frac{1}{16} \cdot 16 \cdot x = \frac{38}{5}$	User
#18 :	$x = \frac{38}{5}$	Simp(#17)
#19 :	$\left[16 \cdot x = \frac{38}{5}\right] \cdot \frac{1}{16}$	User
#20 :	$x = \frac{19}{40}$	Simp(#19)

Fig. 1

Textaufgabe: Nächstes Jahr braucht Fabian ein Fahrrad für den Schulweg. Beim Fahrradhändler hat er eines mit 12 Gängen gesehen, das ihm sehr gefällt. Es kostet 495.- DM. Im Sportgeschäft müsste er für dasselbe Fahrrad 35.- DM mehr bezahlen. Fabians Eltern werden den 3. Teil der Kosten übernehmen. Fabian trägt Zeitungen aus und verdient in der Woche 13.50 DM. Heute hat er den Lohn für die letzten 13 Wochen erhalten. Davon muss er 45.- DM an den Gitarrenunterricht bezahlen. Den Rest legt er fürs Fahrrad beiseite. Wieviel Geld muss Fabian nun noch sparen, bis er das Fahrrad beim Fahrradhändler kaufen kann?

Natürlich wissen wir noch viel weniger über das rechte Verhältnis eines derartigen Einsatzes von CAS zur traditionellen händischen Algebraunterricht bei vergleichbaren Aufgabenstellungen.

#1 :	$3x - 2y = 5$
#2 :	$7x + 8y = 4$
#3 :	$(3x - 2y = 5)\,9$
#4 :	$9(3x - 2y) - 45$
#5 :	$(3x - 2y = 5) + (7x + 8y = 4)$
#6 :	$10x + 6y = 9$
#7 :	$(3x - 2y = 5)\,4 + (7x + 8y = 4)$
#8 :	$19x = 24$
#9 :	$(19x = 24)\,\frac{1}{19}$
#10 :	$x = \frac{24}{19}$

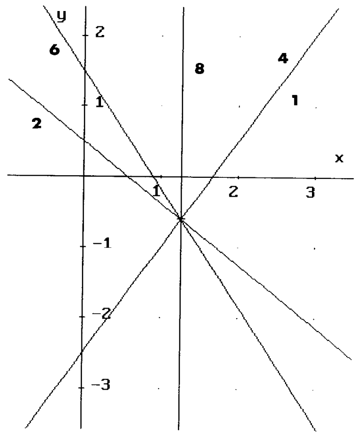


Fig. 2

Heugl et al. (1996) haben in ihrem Werk *Mathematikunterricht mit Computeralgebra-Systemen* eine erste entsprechende Didaktik vorgelegt, die sich aber nur auf DERIVE bezieht und im wesentlichen auf den Erfahrungen aus dem österreichischen DERIVE-Projekt beruht. Trotz der daraus resultierenden möglichen Vorbehalte und systembedingten Beschränkungen liegt erstmals eine in sich bündige, systematisch entwickelte Didaktik für die unterrichtliche Nutzung von CAS, auch für die Mittelstufe, vor.

#1 :	Preis := 495DM	User
#2 :	Eltern := $\frac{1}{3}$ Preis	User
#3 :	165DM	Simp(#2)
#4 :	Wochenlohn := 13.5 DM	User
#5 :	Wochenzahl := 13	User
#6 :	Lohn := Wochenlohn Wochenzahl	User
#7 :	175.5 DM	Simp(#6)
#8 :	Unkosten := 45 DM	User
#9 :	Rest := Lohn − Unkosten	User
#10 :	130.5 DM	Simp(#9)
#11 :	Sparen := Preis − Eltern − Rest	User
#12 :	199.5 DM	Simp(#11)

Fig. 3

Problematisch ist der weitgehende Bruch mit dem Begriffs- und Aussagenrepertoire der bisherigen Algebra-Didaktik; eine Synthese dieses didaktischen Wissensbestandes mit dem sich aus der Nutzung von CAS neu ergebenden ist nicht zustande gekommen. Es wird vielmehr eine ganz neue didaktische Begrifflichkeit entwickelt.

Andererseits hat Vollrath (1994) in seiner Neubearbeitung des didaktischen Standardwerks für die traditionelle Schulalgebra der Mittelstufe *Algebra in der Sekundarstufe* den Computereinsatz nur marginal berücksichtigen können, sonst hätte ein neues Buch geschrieben werden müssen. Es ist wohl so, daß sich zur Zeit aufgrund der sich im Fluß befindlichen didaktischen Forschung in Abhängigkeit von entsprechender Software, die noch nicht als Unterrichtssoftware bezeichnet werden kann, nur schwerlich eine "Didaktik des computerunterstützten Algebra-Unterrichts" verfassen ließe.

$$\#1: \quad \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x(x+1)(x+2)} \qquad \texttt{User}$$

$$\#2: \quad x = -1 \qquad \texttt{Solve(\#1)}$$

$$\#3: \quad x = \pm\infty \qquad \texttt{Solve(\#1)}$$

Fig. 4

Im folgenden skizzieren wir nur einige inhaltliche Bedenken gegen den alleinigen Einsatz von DERIVE (auch in der Windows- und der TI 92-Version mit einer irritierenden Kombination von Menü-Optionen und Kommandowörtern sowie der Beibehaltung der zeileneditierenden Eingabe): Die Bruchgleichungen gehören zum Algebra-Repertoir der Mittelstufe. DERIVE ist hier nicht konsistent, was folgendes Beispiel zeigt (Fig. 4: -1 darf nicht Lösung sein, $\pm\infty$ sind als uneigentliche Lösungen nicht abschaltbar). Für die quadratischen Gleichungen ist etwa wegen eines fehlenden Befehls zum "quadratischen Ergänzen", wie z.B. in Maple vorhanden, eine prozesshafte Behandlung ähnlich wie bei linearen Gleichungen oder Gleichungssystemen in der Mittelstufe nicht möglich. Der Markierungsmodus von DERIVE ist nur beschränkt zur Termanalyse geeignet. Dazu gibt es andere, wesentlich effektivere Möglichkeiten, z.B. mittels eines Termtrainers (Schneider 1994), mit dem vom Schüler ein Term in eine Baumstruktur (Fig. 5) oder umgekehrt eine Baumstruktur eines Terms in eine algebraische Darstellung übersetzt werden muß (Fig. 6).

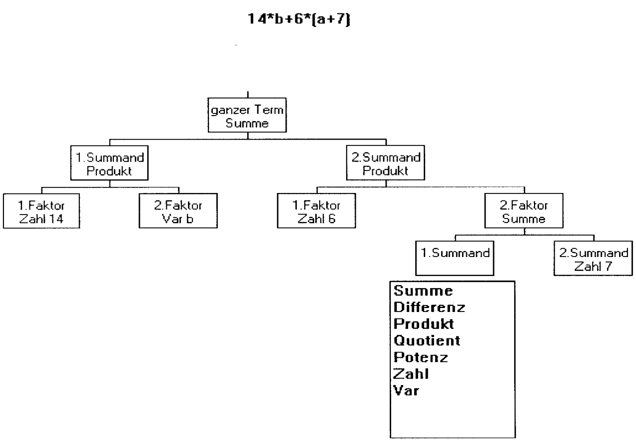


Fig. 5

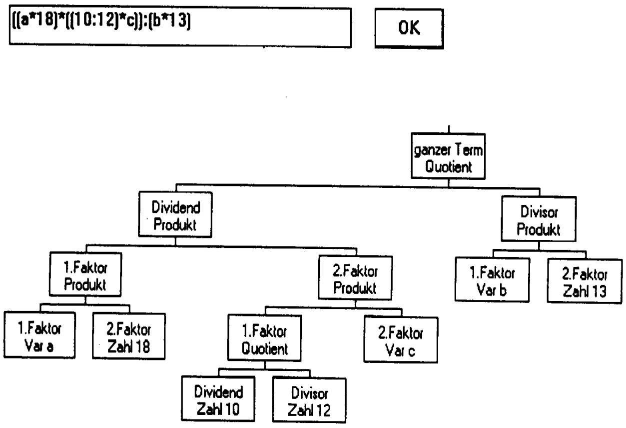


Fig. 6

Mit den zur Zeit verfügbaren mathematischen Assistenzprogrammen, bestehend aus Algebra- Numerik- und Grafik-Komponente, lassen sich eben nicht alle wesentlichen Schulalgebra-Aufgaben behandeln. Das gilt auch für das Darstellen von Funktionsgraphen mit der Grafikkomponente. Hier kann nur durch Änderung der Parameter im Funktionsterm eine Änderung des Schaubildes bewirkt werden und nicht umgekehrt. So kann u.a. mit Cabri géomètre II z.B. das Schaubild der quadratischen Funktion direkt manipuliert werden, um zu beobachten, wie sich eine Lage- und Formänderung auf die Scheitelgleichung auswirkt (Fig. 7a,b) (Schumann 1997 b).

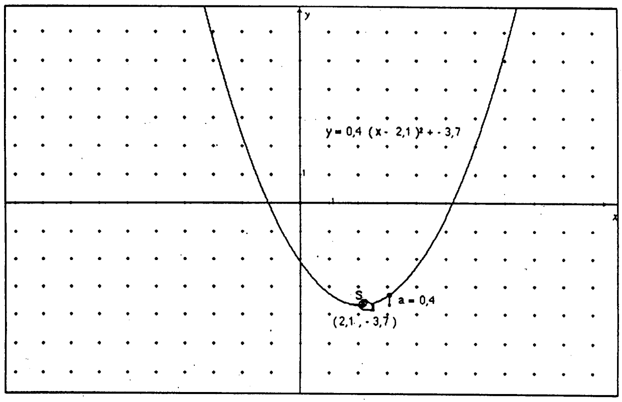


Fig. 7a

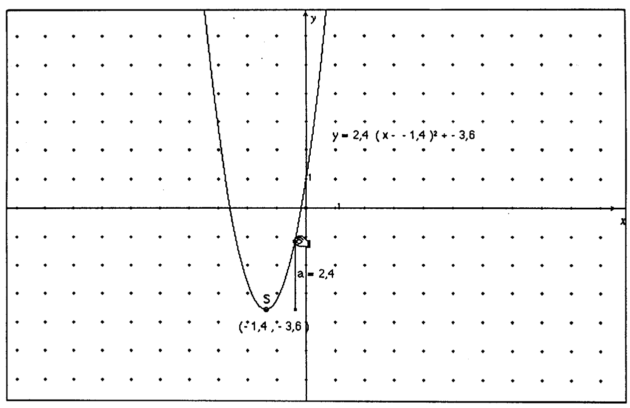


Fig. 7b

In Summa: Computerunterstützter Algebra-Unterricht kann nicht mit einem System allein bewältigt werden. Dazu werden u.U. verschiedene Computerwerkzeuge und auch tutorielle Software benötigt. (Damit handelt man sich beim gegenwärtigen Stand der Software-Entwicklung ein neues unterrrichtspraktisches Problem ein: Wie soll der Schüler die recht unterschiedlichen Software-Oberflächen beherrschen lernen?)

2. Zu den Beiträgen

Die Analysen zum Thema "Die Nutzung von Computeralgebra in der Mittelstufe (Kl. 7-10)" begründen sich wie folgt:

- Die bisherigen Untersuchungen zum Einsatz von CAS im Mathematikunterricht orientieren sich vorwiegend an den mathematischen Inhalten der Oberstufe bzw. der Senior High School. Es besteht ein wachsendes Interesse an der Nutzung von CAS bei den die Schulalgebra grundlegenden Inhalten wie (exakte) Arithmetik, Terme, Gleichungen, lineare Gleichungssysteme, elementare Funktionen, Trigonometrie, geometrische Berechnungen und angewandtes Rechnen.
- Trotz der recht unterschiedlichen Bildungssysteme in den verschiedenen Ländern besteht hinsichtlich der mathematischen Inhalte und auch ihrer methodisch-didaktischen Interpretation in der Mittelstufe weitgehende Übereinstimmung, so daß eine gewisse inhaltliche Basis für die gemeinsame Erforschung des Einsatzes von CAS, der Partizipation an und Übertragbarkeit von entsprechenden Forschungsergebnissen angenommen werden kann.
- Die bisherigen Forschungen auf dem Gebiet der Nutzung von CAS in der Mittelstufe sind geprägt von Forschergemeinschaften, die wenig oder gar keine gegenseitige Kenntnis von ihren Arbeiten haben oder nehmen. So zitieren z.B. österreichische Kollegen keine französischen Arbeiten und umgekehrt, französische Kollegen keine österreichischen Arbeiten. – Kooperation und Koordination sind also angezeigt. Es ist zu hoffen, daß die in Sevilla auf der ICME 8 gegründete Arbeitsgruppe CAME (Computer Algebra in Mathematics Education) in diesem Sinne Wirkung entfaltet.

Die Einzelbeiträge der beiden ZDM-Themenhefte zur "Nutzung von Computeralgebra im Mathematikunterricht der Mittelstufe (Kl. 7–10)" stellen eine (unvollständige) Bestandsaufnahme des europäischen Entwicklungsstandes der Integration von CAS in den Mathematikunterricht der Mittelstufe dar, die leider nicht alle in Frage kommenden Länder berücksichtigen konnte. – Neben den Überblicksbeiträgen (England, Frankreich, Niederlande, Österreich, Spanien), die sich vorwiegend an den (formalen) schulalgebraischen Inhalten orientieren, stehen die deutschen Beiträge mit anwendungsorientierter Nutzung von CAS auch von anderer Art als DERIVE. – Der Arbeitskreis "Mathematikunterricht und Informatik" in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik hat u.a. konzeptionelle Beiträge zum Einsatz von CAS veröffentlicht in folgenden Tagungsbeiträgen:

Hischer, H. (Hrsg.) (1991): Mathematikunterricht im Umbruch? – Erörterungen zur möglichen "Trivialisierung" von mathematischen Gebieten durch Hardware und Software.

Hischer, H. (Hrsg.) (1992): Wieviel Termumformung braucht der Mensch? – Fragen zu Zielen und Inhalten eines künftigen Mathematikunterrichts angesichts der Verfügbarkeit informatischer Methoden.

Hischer, H. & Weiß, M. (Hrsg.) 1995: Rechenfertigkeit und Begriffsbildung. – Zu wesentlichen Aspekten des Mathematikunterrichts vor dem Hintergrund von Computeralgebrasystemen.

Nun zu den einzelnen Beiträgen:

Der erste Beitrag des 1. Heftes (ZDM 97/4), den Michèle Artigue und Jean Baptist Lagrange verfaßt haben, gibt einen Überblick sowohl über den theoretisch fundierten französischen Forschungsansatz zur Integration von DERIVE in den Mathematikunterricht der Klassen 9–12 (Lycée) als auch über die Ergebnisse der Einstellungen von Neuntklässlern zur CAS-Nutzung nach einem Einsatz von DERIVE bei der gelenkten Entdeckung der Lösung linearer Gleichungssysteme zweier Variablen mittels Linearkombination von Gleichungen. – Dieser Beitrag ist insofern besonders informativ, weil die in ihm aufgezeigte Kombination von Unterrichtsbeobachtungen und Schülerbefragungen ein praktikables Instrument darstellt, mit dem aussagekräftige Forschungergebnisse erzielt werden können.

David Bowers beschreibt im zweiten Beitrag des 1. Heftes (ZDM 97/4) in pragmatischer Weise die durch das National Curriculum gegebenen Möglichkeiten, DERIVE im Mathematikunterricht der 11–16jährigen in der Art eines Verstärkers einzusetzen. Dabei wird deutlich, daß DERIVE viel mehr Einsatzmöglichkeiten bieten würde, als inhaltlich nach dem National Curriculum zulässig, wobei die schulalgebraischen Inhalte dieses Curriculums für die o.g. Altersstufen sowieso schon von bescheidenem Umfang sind (warum wohl?). – Ähnlich wie in Deutschland, gibt es in Großbritannien keine systematischen Untersuchungen der Nutzung von CAS in der Mittelstufe. Schriftliche Materialien zum Einsatz von CAS, wie sie für die Tabellenkalulation für die Hand von Lehrern und Schülern verfügbar sind, existieren noch nicht. David Bowers' Beitrag schließt mit dem Hinweis auf computerkritische Tendenzen in der Bildungspolitik seines Landes, was die allgemeinbildende Schule anbelangt.

Paul Drijvers, Agnes Verweij und Epi van Winsen stellen in ihrem Beitrag (ZDM 97/4) das niederländische Modell der Integration von CAS in den Mathematikunterricht vor: Eine Arbeitsgruppe aus Lehrern entwickelt und erprobt mit Unterstützung von Hochschullehrern Materialien für den Einsatz von DERIVE, die aus Anleitungen für den praktizierenden Lehrer und aus Anleitungen sowie Arbeitsblättern für den Schüler bestehen. Eine Sammlung solcher Materialien wurde bereits in Buchform publiziert. Am Beispiel "Parabeln mit einem Parameter" wird der entsprechende unterrichtliche Einsatz von DERIVE für 15-16jährige Schüler konkretisiert. Das niederländische Modell verspricht eine Verringerung der Akzeptanzprobleme bei der Einführung von CAS, da Lehrer aus der Unterrichtspraxis für die Unterrichtspraxis anderer Lehrer passende Einsatzbeispiele erarbeiten.

Im vierten Beitrag des 1. Heftes (ZDM 97/4) zeigt Heinz Schumann, wie man mit MATHEMATICA 3.0 komplexe Textaufgaben behandeln kann. MATHEMATICA ermöglicht eine flexible und kontextuelle Implementation von Textaufgabenansätzen und deren automatische Auflösung. Im Sinne von Pea (1987) und Dörfler (1991) wird ein einmal implementierter Ansatz als Objekt der Reorganisation und Umstrukturierung benutzt, um die ursprüngliche Aufgabenumstellung zu variieren oder zu erweitern. Er berichtet über Ergebnisse einer ersten unterrichtspraktischen Erprobung des Konzepts an Mittelschulen (Klassenstufe 8/9) und gibt Hinweise auf die Differenziertheit des Modellierungsprozesses beim Lösen von Textaufgaben.

Helmut Heugl berichtet im ersten Beitrag des 2. Heftes (ZDM 97/5) über das österreichische DERIVE-Projekt mit Bezug auf die Klassenstufen 7-9 des Gymnasiums. Sein Beitrag beinhaltet eine kurze Zusammenfassung der didaktischen Konzeption und der Ergebnisse dieses Projekts, das auch einen Niederschlag in der o.g. ersten Didaktik des CAS-gestützten Mathematikunterrichts gefunden hat. Zahlreiche Beispiele aus der Mittelstufenmathematik illustrieren den betreffenden Einsatz von DERIVE. Der Beitrag schließt mit dem Hinweis auf die Fortführung des Projekts mit einer größeren Probandenzahl unter Verwendung des TI-92.

Florencio Burrel, Justo Cabezas, Eugenio Roanes-Lozano und Eugenio Roanes-Macías geben im zweiten Beitrag des zweiten Heftes (ZDM 97/5) einen Überblick über das Sekundarschulsystem in Spanien in bezug auf die generelle Nutzung des Computers im Mathematikunterricht (speziell der Nutzung von DERIVE). Außer der Behandlung der Visualisierung von Funktionen mit DERIVE hat eine unterrichtspraktisch orientierte Forschung mit CAS für den Bereich der "Mittelstufe" noch nicht eingesetzt, obwohl die fruchtbare Auseinandersetzung mit der Nutzung von CAS für ältere Schüler und für die universitäre Ausbildung durch ein reichhaltiges spanisches Schrifttum sowie durch entsprechende Projekte, Tagungen und Lehrerfortbildungsmaßnahmen belegt ist.

Einen neuen instrumentell geprägten Standard für das Berechnen geometrischer Berechnungsaufgaben entwickelt Heinz Schumann im dritten Beitrag des zweiten Heftes (ZDM 97/5). Er unterscheidet das computergraphische, das computernumerische und das computeralgebraische Lösen unter Verwendung von Cabri géomètre II und von MATHEMATICA 3.0. Für das numerische und das algebraische Lösen benutzt er die Lösungsplanung in Form von Ansätzen wie bei seinem Textaufgabenbeitrag in ZDM 97/4. Der Beitrag vereint Aspekte der Nutzung des Computers als "Verstärker" und als Mittel zur "Reorganisation".

Der Beitrag von Hans-Georg Weigand und Hubert Weller (4. Beitrag in ZDM 97/5) verdeutlicht in überzeugender Weise die Effizienz von Computeralgebrasystemen (DERIVE, Mathplus) in Kombination mit geometrischen Werkzeugen (Euklid, Cabri II) bei der mathematischen Modellbildung realer Vorgänge. Die Modellierungsbeispiele sind entsprechend didaktisch kommentiert und werden in den theoretischen Rahmen der Anwendungsorientierung des Mathematikunterrichts gestellt.

3. Literatur

Bibby, N. (1991): Wherefore "plug and chug"?: Computer algebra versus A-level mathematics. – In: Math. Gaz. 75(Mrz 1991), S. 40–48

Dörfler, W. (1991): Der Computer als kognitives Werkzeug und kognitives Medium. – In: W. Dörfler; W. Peschek; E. Schneider; K. Wegenkittl (Hrsg.), Computer – Mensch – Mathematik. Beiträge zum 6. Internationalen Symposium für "Didaktik der Mathematik". Wien; Stuttgart: hpt; Teubner, S. 51–75

Heugl, H.; Klinger, W.; Lechner, J. (1996): Mathematikunterricht mit Computeralgebra-Systemen – Ein didaktisches Lehrerbuch mit Erfahrungen aus dem österreichischen DERIVE-Projekt. – Bonn: Addison-Wesley

Hillel, J. (1991): Computer algebra systems as learning tools. – In: ZDM (1991) H. 5, S. 184–191

Hillel, J. (1993): Computer Algebra Systems as Cognitive Technologies: Implication for the Practice of Mathematics Education. – In. Ch. Keitel; K. Ruthen (Eds.), Learning from Computers: Mathematics Education and Technology. Berlin: Springer, S. 18–47

Hischer, H. (Hrsg.) (1991): Mathematikunterricht im Umbruch? – Erörterungen zur möglichen "Trivialisierung" von mathematischen Gebieten durch Hardware und Software. – Hildesheim: Franzbecker

Hischer, H. (Hrsg.) (1992): Wieviel Termumformung braucht der Mensch? – Fragen zu Zielen und Inhalten eines künftigen Mathematikunterrichts angesichts der Verfügbarkeit informatischer Methoden. – Hildesheim: Franzbecker

Hischer, H.; Weiß, M. (Hrsg.) (1995):: Rechenfertigkeit und Begriffsbildung. – Zu wesentlichen Aspekten des Mathematikunterrichts vor dem Hintergrund von Computeralgebrasystemen. – Hildesheim: Franzbecker

Hodgson, B. R.; Muller, E. R. (1992): The impact of symbolic mathematical systems on mathematical education. – In: B. Cornu; A. Ralston (Eds.), The influence of computers and informatics on mathematics and its teaching. Paris: Unesco, S. 93–107

Malle, G. (1993): Didaktische Probleme der elementaren Algebra. – Braunschweig: Vieweg

Pea, R. D. (1987): Cognitive Technologies for Mathematics Education. – In: A. H. Schoenfeld, Cognitve Science and Mathematics Education. Hillsdale, NJ: Erlbaum, S. 89–122

Schneider, E. (1997): Veränderungen des Mathematikunterrichts durch Computeralgebrasysteme (CAS). – Erscheint in: Beiträge zum Mathematikunterricht 1997. Hildesheim: Franzbecker

Schneider, H. R. (1994): Termtrainer 1. – Goldach

Schumann, H. (1993): Überlegungen zum Einsatz von Computeralgebrasystemen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe. – In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1993. Hildesheim: Franzbecker, S. 331–333

Schumann, H. (1997a): Computerunterstütztes Planen von Problemlösungen. – Erscheint in: Beiträge zum Mathematikunterricht 1997. Hildesheim: Franzbecker

Schumann, H. (1997b): Dynamische Behandlung elementarer Funktionen mit Cabri géomètre II. – Erscheint in: Mathematik in der Schule (1998)

Vollrath, H.-J. (1994): Algebra in der Sekundarstufe. – Mannheim: BI (Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik; 32

Autor

Schumann, Heinz, Prof. Dr., PH Weingarten, Fak III, Mathematik/Informatik, D-88250 Weingarten. schumann@ph-weingarten.de