

УДК 512.5

DOI 10.23671/VNC.2020.1.57590

О НЕПРИВОДИМЫХ КОВРАХ АДДИТИВНЫХ ПОДГРУПП ТИПА G_2
НАД ПОЛЯМИ ХАРАКТЕРИСТИКИ $p > 0$ [#]

С. К. Франчук¹

¹ Институт математики и фундаментальной информатики СФУ,
Россия, 660041, Красноярск, пр. Свободный, 79
E-mail: svetlya4ok-03@mail.ru

Аннотация. Данная работа посвящена изучению подгрупп групп Шевалле, определяемых коврами — наборами аддитивных подгрупп основного кольца определения. Такие подгруппы называются ковровыми и они порождаются корневыми элементами с коэффициентами из соответствующих аддитивных подгрупп. По определению ковер замкнут, если определяемая им ковровая подгруппа не содержит новых корневых элементов. Одним из принципиально важных вопросов при изучении ковровых подгрупп является вопрос о замкнутости исходного ковра. Известно, что этот вопрос сводится к неприводимым коврам, т. е. к коврам, все аддитивные подгруппы которых ненулевые [1, 2]. В статье описаны неприводимые ковры типа G_2 над полем K характеристики $p > 0$, хотя бы одна аддитивная подгруппа которых является R -модулем, в случае когда K — алгебраическое расширение поля R .

Ключевые слова: группа Шевалле, ковер аддитивных подгрупп, ковровая подгруппа.

Mathematical Subject Classification (2010): 22E05.

Образец цитирования: Франчук С. К. О неприводимых коврах аддитивных подгрупп типа G_2 над полями характеристики $p > 0$ // Владикавк. мат. журн.—2020.—Т. 22, вып. 1.—С. 78–84. DOI: 10.23671/VNC.2020.1.57590.

1. Введение

Основным результатом статьи является следующая теорема:

Теорема 1. Пусть $\mathfrak{A} = \{\mathfrak{A}_r : r \in \Phi\}$ — неприводимый ковер типа G_2 над полем K характеристики $p > 0$. Предположим, что хотя бы одна из аддитивных подгрупп \mathfrak{A}_r является R -модулем, где K — алгебраическое расширение поля R . Тогда с точностью до сопряжения диагональным элементом из группы Шевалле $G_2(K)$ при $p \neq 3$ все \mathfrak{A}_r совпадают с некоторым подполем P поля K , а при $p = 3$

$$\mathfrak{A}_r = \begin{cases} P, & \text{если } r \text{ — короткий корень;} \\ Q, & \text{если } r \text{ — длинный корень} \end{cases}$$

[#]Работа выполнена при поддержке программы фундаментальных научных исследований, проект № 19-01-0056.

© 2020 Франчук С. К.

для некоторых полей P и Q , удовлетворяющих следующим включениям:

$$R \subseteq P, Q \subseteq K, \quad (1)$$

$$P^3 \subseteq Q \subseteq P. \quad (2)$$

Для ковра \mathfrak{A} из вышеизложенной теоремы его ковровая подгруппа $G_2(\mathfrak{A})$ является промежуточной между $G_2(Q)$ и $G_2(P)$, и в силу [3] (см. также [4, теорема 8.1]) ковер \mathfrak{A} является замкнутым. Примеры незамкнутых неприводимых ковров любых типов над кольцами указаны в [5, 6]. Различные факторизации ковровых подгрупп, сомножители которых замкнутые ковровые подгруппы и подгруппы ранга 1, приведены в [7, 8]. Отметим также, что над локально конечным полем любой неприводимый ковер ранга больше 1 замкнут [9].

Ранее автором был получен аналогичный результат при более сильном ограничении, когда все аддитивные подгруппы являлись R -модулями [10]. Там же указаны примеры, когда ковер \mathfrak{A}_r параметризуется двумя различными полями P и Q характеристики 3.

2. Обозначения и определения

Далее Φ — приведенная неразложимая система корней ранга n , $E(\Phi, K)$ — элементарная группа Шевалле типа Φ над полем K . Группа $E(\Phi, K)$ порождается своими корневыми подгруппами

$$x_r(K) = \{x_r(t) : t \in K\}, \quad r \in \Phi.$$

Подгруппы $x_r(K)$ абелевы, и для каждого $r \in \Phi$ и любых $t, u \in K$ справедливы соотношения

$$x_r(t)x_r(u) = x_r(t+u).$$

Назовем (*элементарным*) *ковром типа Φ ранга n над K* всякий набор аддитивных подгрупп $\mathfrak{A} = \{\mathfrak{A}_r : r \in \Phi\}$ кольца K с условием

$$C_{ij,rs}\mathfrak{A}_r^i\mathfrak{A}_s^j \subseteq \mathfrak{A}_{ir+js}, \quad r, s, ir+js \in \Phi, \quad i, j > 0,$$

где

$$\mathfrak{A}_r^i = \{a^i : a \in \mathfrak{A}_r\},$$

а константы $C_{ij,rs} = \pm 1, \pm 2, \pm 3$ определяются коммутаторной формулой Шевалле

$$[x_s(u), x_r(t)] = \prod_{i,j>0} x_{ir+js}(C_{ij,rs}(-t)^i u^j), \quad r, s, ir+js \in \Phi.$$

Данное определение ковра принадлежит В. М. Левчуку [11]. Всякий ковер \mathfrak{A} типа Φ над K определяет *ковровую* подгруппу

$$E(\Phi, \mathfrak{A}) = \langle x_r(\mathfrak{A}_r) : r \in \Phi \rangle$$

группы Шевалле $E(\Phi, K)$, где $\langle M \rangle$ — подгруппа, порожденная подмножеством M группы $E(\Phi, K)$. Ковер \mathfrak{A} типа Φ над кольцом K называется *замкнутым*, если его ковровая подгруппа $E(\Phi, \mathfrak{A})$ не имеет новых корневых элементов, т. е.

$$E(\Phi, \mathfrak{A}) \cap x_r(K) = \langle x_r(\mathfrak{A}_r), r \in \Phi \rangle.$$

Известно, что вопрос о замкнутости ковров редуцируется к *неприводимым* коврам, т. е. к коврам, все аддитивные подгруппы которых ненулевые [1, 2].

Следующая лемма является частным случаем следствия 3.2 из [1].

Лемма 1. Пусть $\{a, b\}$ — фундаментальная система системы корней Φ типа A_2 , $\mathfrak{A} = \{\mathfrak{A}_r : r \in \Phi\}$ — неприводимый ковер над полем K , причем хотя бы одна аддитивная подгруппа \mathfrak{A}_s является R -модулем, где K — алгебраическое расширение поля R и $1 \in \mathfrak{A}_{-a} \cap \mathfrak{A}_{-b}$. Тогда $\mathfrak{A}_r = P$, $r \in \Phi$, для некоторого подполя P поля K .

Заметим, что в лемме 1 ограничение на характеристику поля отсутствует.

Наряду с элементарной группой Шевалле $E(\Phi, K)$ рассматривают расширенную группу Шевалле $\Phi(K)$, которая является расширением группы $E(\Phi, K)$ при помощи всех диагональных элементов $h(\chi)$, где χ — K -характер целочисленной решетки корней $\mathbb{Z}\Phi$, т. е. гомоморфизм аддитивной группы $\mathbb{Z}\Phi$ в мультипликативную группу K^* кольца K [12] (см. также [13]). Любой K -характер χ однозначно задается значениями на фундаментальных корнях, и для любых $r \in \Phi$ и $t \in K$

$$h(\chi)x_r(t)h(\chi)^{-1} = x_r(\chi(r)t).$$

Отметим, что в нашем случае, при $\Phi = G_2$, элементарная группа Шевалле $E(\Phi, K)$ совпадает с расширенной группой Шевалле $\Phi(K)$.

Лемма 2 [9, лемма 1]. Сопрягая диагональным элементом $h(\chi)$ коворную подгруппу $E(\Phi, \mathfrak{A})$, получим коворную подгруппу

$$h(\chi)E(\Phi, \mathfrak{A})h(\chi)^{-1} = E(\Phi, \mathfrak{A}'),$$

определяемую ковром

$$\mathfrak{A}' = \{\mathfrak{A}'_r \mid r \in \Phi\}, \quad \mathfrak{A}'_r = \chi(r)\mathfrak{A}_r.$$

Следующая лемма хорошо известна (см., например, [14]).

Лемма 3. Пусть K — алгебраическое расширение поля R и подкольцо A поля K является R -модулем. Тогда A — поле, причем $R \subseteq A \subseteq K$.

3. Доказательство теоремы 1

В [1, следствие 3.2] при $\text{char } K > 3$ доказано, что аддитивные подгруппы \mathfrak{A}_r совпадают с некоторым подполем P поля K . Поэтому теорему нужно доказывать только в следующих двух случаях, которые в [1] не рассматривались: 1) $\text{char } K = 2$; 2) $\text{char } K = 3$.

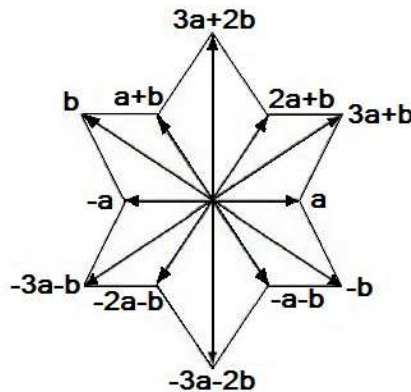


Рис. 1. Система корней типа G_2 .

Система корней типа G_2 представлена на рис. 1. Нам потребуются четыре типа коммутаторных формул:

$$[x_a(t), x_b(u)] = x_{a+b}(\pm tu)x_{2a+b}(\pm t^2u)x_{3a+b}(\pm t^3u)x_{3a+2b}(\pm t^3u^2), \quad (3)$$

$$[x_a(t), x_{a+b}(u)] = x_{2a+b}(\pm 2tu)x_{3a+b}(\pm 3t^2u)x_{3a+2b}(\pm 3tu^2), \quad (4)$$

$$[x_a(t), x_{2a+b}(u)] = x_{(3a+b)}(\pm 3tu), \quad (5)$$

$$[x_b(t), x_{3a+b}(u)] = x_{(3a+2b)}(\pm tu). \quad (6)$$

Условия ковровости, возникающие из формул (3) и (4), дают соответственно следующие серии включений

$$\mathfrak{A}_a\mathfrak{A}_b \subseteq \mathfrak{A}_{a+b}, \quad (7)$$

$$\mathfrak{A}_a^2\mathfrak{A}_b \subseteq \mathfrak{A}_{2a+b}, \quad (8)$$

$$\mathfrak{A}_a^3\mathfrak{A}_b \subseteq \mathfrak{A}_{3a+b}, \quad (9)$$

$$\mathfrak{A}_a^3\mathfrak{A}_b^2 \subseteq \mathfrak{A}_{3a+2b}, \quad (10)$$

$$2\mathfrak{A}_a\mathfrak{A}_{a+b} \subseteq \mathfrak{A}_{2a+b}, \quad (11)$$

$$3\mathfrak{A}_a^2\mathfrak{A}_{a+b} \subseteq \mathfrak{A}_{3a+b}, \quad (12)$$

$$3\mathfrak{A}_a\mathfrak{A}_{a+b}^2 \subseteq \mathfrak{A}_{3a+2b}. \quad (13)$$

Аналогично формулы (5) и (6) дают соответственно включения

$$3\mathfrak{A}_a\mathfrak{A}_{2a+b} \subseteq \mathfrak{A}_{3a+b}, \quad (14)$$

$$\mathfrak{A}_b\mathfrak{A}_{3a+b} \subseteq \mathfrak{A}_{3a+2b}. \quad (15)$$

В силу леммы 2 с точностью до сопряжения диагональным элементом из $G_2(K)$ можно считать, что $1 \in \mathfrak{A}_{-a} \cap \mathfrak{A}_{-b}$. По условию теоремы существует такой корень s , что аддитивная подгруппа \mathfrak{A}_s является R -модулем. Зафиксируем этот корень.

Далее доказательство теоремы разбивается на два случая:

- 1) s — длинный корень,
- 2) s — короткий корень.

1) Пусть s — длинный корень. Длинные корни из Φ составляют подсистему корней типа A_2 с фундаментальной системой $\{b, 3a + b\}$, $1 \in \mathfrak{A}_{-b}$, а включение $1 \in \mathfrak{A}_{-3a-b}$ следует из $\mathfrak{A}_a^3\mathfrak{A}_b \subseteq \mathfrak{A}_{3a+b}$ только для отрицательных корней. По лемме 1 независимо от характеристики поля K все аддитивные подгруппы \mathfrak{A}_r , индексированные длинными корнями, совпадают с некоторым подполем Q поля K . В частности, отсюда и из условия ковровости следует, что $1 \in \mathfrak{A}_r$ для всех $r \in \Phi$. Поэтому из включений типа $\mathfrak{A}_a\mathfrak{A}_b \subseteq \mathfrak{A}_{a+b}$ следует совпадение всех аддитивных подгрупп \mathfrak{A}_r , соответствующих коротким корням, а затем и включения $Q \subseteq \mathfrak{A}_r$ для всех $r \in \Phi$. Пусть $\mathfrak{A}_a = P$. Из включений (9), (11) и (12) получаем соответственно включения

$$P^3 \subseteq Q, \quad 2PP \subseteq P, \quad 3P \subseteq Q.$$

Поэтому, если $p = 2$, то все \mathfrak{A}_r совпадают с полем Q . Если $p = 3$, то $P^3 \subseteq Q \subseteq P$ и P — кольцо, являющееся R -модулем, а в силу леммы 3 аддитивная подгруппа P становится полем.

2) Пусть s — короткий корень. Так как $1 \in \mathfrak{A}_{-a} \cap \mathfrak{A}_{-b}$, то из условия ковровости следует, что $1 \in \mathfrak{A}_r$, $r \in -\Phi^+$.

Пусть $\text{char } K = 3$. В этом случае в силу формулы (4) подгруппа, порожденная короткими корневыми подгруппами, изоморфна группе Шевалле типа A_2 . Поэтому по лемме 1 все \mathfrak{A}_r для коротких корней r совпадают с некоторым полем P . Сейчас из условия ковровости следует, что $1 \in \mathfrak{A}_r$ для всех $r \in \Phi$. В силу включений типа (15) получаем, что все аддитивные подгруппы \mathfrak{A}_r , индексированные длинными корнями, совпадают с некоторой аддитивной подгруппой Q поля K . Снова в силу (15) справедливо включение $QQ \subseteq Q$. Отсюда следует, что Q — кольцо с единицей. Из (7) и (9) получаются включения $P^3 \subseteq Q \subseteq P$. Далее, множество P^3 является полем, и P — его алгебраическое расширение, а в силу (9) кольцо Q будет P^3 -модулем. Поэтому по лемме 3 кольцо Q — поле.

Пусть $\text{char } K = 2$. Не теряя общности, можно считать, что именно \mathfrak{A}_{a+b} является R -модулем. Тогда в силу условия ковровости типа (7) и (14) соответственно справедливы следующие включения:

$$\mathfrak{A}_{-b}\mathfrak{A}_{a+b} \subseteq \mathfrak{A}_a,$$

$$3\mathfrak{A}_{-a}\mathfrak{A}_{a+b} \subseteq \mathfrak{A}_b.$$

Сейчас, используя включение $1 \in \mathfrak{A}_{-a} \cap \mathfrak{A}_{-b}$, получаем $\mathfrak{A}_{a+b} \subseteq \mathfrak{A}_a \cap \mathfrak{A}_b$. Теперь в силу условия ковровости (7) получаем $\mathfrak{A}_{a+b}\mathfrak{A}_{a+b} \subseteq \mathfrak{A}_{a+b}$. Таким образом, \mathfrak{A}_{a+b} — кольцо, а в силу леммы 3 — поле. Положим $\mathfrak{A}_{a+b} = P$. Так как $1 \in \mathfrak{A}_{a+b}$ и $1 \in \mathfrak{A}_r$, $r \in -\Phi^+$, то из коммутаторных формул типа (3) и условий ковровости получаем, что $1 \in \mathfrak{A}_r$ для всех $r \in \Phi$. Покажем сейчас, что $\mathfrak{A}_r = P$ для всех $r \in \Phi$. Включение $1 \in \mathfrak{A}_r$ для длинных корней влечет совпадение всех \mathfrak{A}_r . Далее, используя включение (7), получаем $\mathfrak{A}_a, \mathfrak{A}_b \subseteq P$, а в силу (12) $P \subseteq \mathfrak{A}_{3a+b}$. Таким образом, $\mathfrak{A}_r = P$, если r — длинный корень. Так как $\mathfrak{A}_a \subseteq P$ и $\mathfrak{A}_{a+b}\mathfrak{A}_{-b} \subseteq \mathfrak{A}_a$, то $P \subseteq \mathfrak{A}_a$. Итак, получаем совпадение \mathfrak{A}_a с полем P . Аналогично показывается равенство $\mathfrak{A}_r = P$ для всех других коротких корней. \triangleright

Автор выражает благодарность профессору Я. Н. Нужиному за постановку задачи и помощь в выполнении настоящей работы.

Литература

1. Левчук В. М. О порождающих множествах корневых элементов групп Шевалле над полем // Алгебра и логика.—1983.—Т. 22, № 5.—С. 504–517.
2. Нужин Я. Н. Разложение Леви для ковровых подгрупп групп Шевалле над полем // Алгебра и логика.—2016.—Т. 55, № 5.—С. 558–570. DOI: 10.17377/alglog.2016.55.503.
3. Нужин Я. Н. О подгруппах групп Шевалле типа B_l, C_l, F_4 и G_2 , параметризуемых двумя несовершенными полями характеристики 2 и 3 // Математика в современном мире. Тез. докл. междунар. конф., посвящ. 60-летию ин-та мат-ки им. С. Л. Соболева.—Новосибирск: Изд-во ин-та математики, 2017.—С. 90.
4. Нужин Я. Н., Степанов А. В. Подгруппы групп Шевалле типов B_l и C_l , содержащие группу над подкольцом, и связанные с ними ковры // Алгебра и анализ.—2019.—Т. 31, № 4.—С. 198–224.
5. Койбаев В. А. Элементарные сети в линейных группах // Тр. ин-та мат. и мех. УрО РАН.—2011.—Т. 17, № 4.—С. 134–141.
6. Куклина С. К., Лихачева А. О., Нужин Я. Н. О замкнутости ковров лиева типа над коммутативными кольцами // Тр. ин-та мат. и мех. УрО РАН.—2015.—Т. 21, № 3.—С. 192–196.
7. Койбаев В. А., Нужин Я. Н. Подгруппы групп Шевалле и кольца Ли, определяемые набором аддитивных подгрупп основного кольца // Фундамент. и прикл. матем.—2013.—Т. 18, № 1.—С. 75–84.
8. Нужин Я. Н. Факторизация ковровых подгрупп групп Шевалле над коммутативными кольцами // Журн. сиб. федер. ун-та.—2011.—Т. 4, № 4.—С. 527–535.
9. Койбаев В. А., Куклина С. К., Лихачева А. О., Нужин Я. Н. Подгруппы групп Шевалле над локально конечным полем, определяемые набором аддитивных подгрупп // Мат. заметки.—2017.—Т. 102.—С. 857–865. DOI: 10.4213/mzm11038.

10. Франчук С. К. О неприводимых коврах аддитивных подгрупп типа G_2 // Изв. Иркутского гос. ун-та. Сер. Математика.—2019.—Т. 27.—С. 80–86. DOI: 10.26516/1997-7670.2019.27.80.
11. Левчук В. М. Параболические подгруппы некоторых АВА-групп // Мат. заметки.—1982.—Т. 31, № 4.—С. 509–525.
12. Carter R. W. Simple groups of Lie type.—London: John Wiley and Sons, 1972.—(Pure Appl. Math., № 28).
13. Стейнберг Р. Лекции о группах Шевалле.—М.: Мир, 1975.—263 с.
14. Койбаев В. А., Нужин Я. Н. k -Инвариантные сети над алгебраическим расширением поля k // Сиб. мат. журн.—2017.—Т. 58, № 1.—С. 143–147. DOI: 10.17377/smzh.2017.58.114.

Статья поступила 10 декабря 2019

ФРАНЧУК СВЕТЛАНА КОНСТАНТИНОВНА

Институт математики и фундаментальной информатики СФУ,

аспирант

Россия, 660041, Красноярск, пр. Свободный, 79

E-mail: svetlya4ok-03@mail.ru

Vladikavkaz Mathematical Journal
2020, Volume 22, Issue 1, P. 78–84

ON IRREDUCIBLE CARPETS OF ADDITIVE SUBGROUPS OF TYPE G_2 OVER FIELDS OF CHARACTERISTIC $p > 0$

Franchuk, S. K.¹

¹ Institute of Mathematics and Computer Science,
Siberian Federal University,
79 Svobodny Ave., Krasnoyarsk 660041, Russian
E-mail: svetlya4ok-03@mail.ru

Abstract. This article is devoted to the study of subgroups of Chevalley groups defined by carpets, sets of additive subgroups of the main definition ring. Such subgroups are called carpet subgroups and they are generated by root elements with coefficients from the corresponding additive subgroups. By definition, a carpet is closed if the carpet subgroup it defines, does not contain new root elements. One of the important questions in the study of carpet subgroups is the question of the closeness of the original carpet. It is known that this question is reduced to irreducible carpets, that is, to carpets all additive subgroups of which are nonzero [1, 2]. The article describes irreducible carpets of type G_2 over a field K of characteristic $p > 0$, at least one additive subgroup of which is an R -module, in the case when K is an algebraic extension of the field R .

Key words: Chevalley group, carpet of additive subgroups, carpet subgroup.

Mathematical Subject Classification (2010): 22E05.

For citation: Franchuk, S. K. On Irreducible Carpets of Additive Subgroups of Type G_2 Over Fields of Characteristic $p > 0$, *Vladikavkaz Math. J.*, 2020, vol. 22, no. 1, pp. 78–84 (in Russian). DOI: 10.23671/VNC.2020.1.57590.

References

1. Levchuk, V. M. Generating Sets of Root Elements of Chevalley Groups over a Field, *Algebra and Logic*, 1983, vol. 22, no. 5, pp. 362–371. DOI: 10.1007/BF01982113.
2. Nuzhin, Ya. N. Levi Decomposition for Carpet Subgroups of Chevalley Groups over a Field, *Algebra and Logic*, 2016, vol. 55, no. 5, pp. 367–375. DOI: 10.1007/s10469-016-9408-3.
3. Nuzhin, Ya. N. About Subgroups of Chevalley Groups of Type B_1 , C_1 , F_4 and G_2 Parametrized by Two Imperfectfields of Characteristic 2 and 3, *Matematika v sovremennom mire. Tez. mezhdunar. konf., posvyashch. 60-letiyu in-ta mat-ki im. S. L. Soboleva*, Novosibirsk, 2017, pp. 90 (in Russian).

4. Nuzhin, Ya. N. and Stepanov, A. V. Subgroups of Chevalley Groups of Type B_l и C_l Containing the Group over a Subring, and the Corresponding Carpets, *Algebra i Analiz*, 2019, vol. 31, no. 4, pp. 198–224 (in Russian).
5. Koibaev, V. A. Elementary Nets in Linear Groups, *Trudy Inst. Mat. i Mekh. UrO RAN*, 2011, vol. 17, no. 4, pp. 134–141 (in Russian).
6. Kuklina, S. K., Likhacheva, A. O. and Nuzhin, Ya. N. On Closeness of Carpets of Lie Type over Commutative Rings, *Trudy Inst. Mat. i Mekh. UrO RAN*, 2015, vol. 21, no. 3, pp. 192–196 (in Russian).
7. Koibaev, V. A. and Nuzhin, Ya. N. Subgroups of the Chevalley Groups and Lie Rings Definable by a Collection of Additive Subgroups of the Initial Ring, *Journal of Mathematical Sciences*, 2014, vol. 201, no. 4, pp. 458–464. DOI: 10.1007/s10958-014-2006-9.
8. Nuzhin, Ya. N. Factorization of Carpet Subgroups of the Chevalley Groups over Commutative Rings. *Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physics*, 2011, vol. 4, no. 4, pp. 527–535 (in Russian).
9. Koibaev, V. A., Kuklina, S. K., Likhacheva, A. O. and Nuzhin, Ya. N. Subgroups, of Chevalley Groups over a Locally Finite Field, Defined by a Family of Additive Subgroups, *Mathematical Notes*, 2017, vol. 102, pp. 857–865. DOI: 10.1134/S0001434617110190.
10. Franchuk, S. K. On Irreducible Carpets of Additive Subgroups of Type G_2 , *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics*, 2019, vol. 27, pp. 80–86 (in Russian). DOI: 10.26516/1997-7670.2019.27.80.
11. Levchuk, V. M. Parabolic Subgroups of Certain ABA -Groups, *Mathematical Notes*, 1982, vol. 31, no. 4, pp. 259–267. DOI: 10.1007/BF01138934.
12. Carter, R. W. *Simple Groups of Lie Type*, *Pure Appl. Math.*, no. 28, London, John Wiley and Sons, 1972.
13. Steinberg, R. *Lekcii o gruppah Shevalle* [Lectures on Chevalley Groups], Moscow, Mir Publ., 1975 (in Russian).
14. Koibaev, V. A. and Nuzhin, Ya. N. k -Invariant Nets over an Algebraic Extension of a Field k , *Siberian Mathematical Journal*, 2017, vol. 58, no. 1, pp. 143–147. DOI: 10.1134/S0037446617010141.

Received December 10, 2019

SVETLANA K. FRANCHUK
Institute of Mathematics and Computer Science,
Siberian Federal University,
79 Svobodny Ave., Krasnoyarsk 660041, Russian,
Postgraduate
E-mail: svetlya4ok-03@mail.ru