Владикавказский математический журнал
2015, Том 17, Выпуск 2, С. 16–21

УДК **512.542**

О ЛОКАЛЬНО КОНЕЧНЫХ π-РАЗДЕЛИМЫХ ГРУППАХ

А. Х. Журтов, З. Б. Селяева

Владимиру Амурхановичу Койбаеву
к его 60-летию

Доказана ограниченность π-длины локально конечной π-разделимой группы G натуральным числом m, при условии ограниченности π-длины любой конечной подгруппы G числом m.

Ключевые слова: локально-конечная группа, π-разделимые группы, π-длина группы.

Пусть π — некоторое множество простых чисел, π' — его дополнение во множестве всех простых чисел. Группа называется *π-группой*, если она периодическая и порядок каждого ее элемента делится только на простые числа из π. Группа называется *π-разделимой*, если она обладает конечным нормальным рядом, каждый фактор которого является π-группой или π'-группой. Такой ряд называется *π-рядом*, а *π-длиной π-разделимой группы* называется наименьшее из возможных чисел нетривиальных π-факторов во всех рядах этой группы.

Для конечных групп понятие π-разделимой группы ввел С. А. Чунихин [3] вместе с определениями π-отделимой и π-разрешимой группой. Согласно Чунихину, конечная группа G называется π-разделимой, если любой ее главный фактор является либо π-группой, либо π'-группой. Она называется π-отделимой, если порядок любого ее главного фактора делится не более, чем на одно простое число из π; наконец, G называется π-разрешимой, если она одновременно является π-разрешимой и π-отделимой группой. Ее главный фактор является либо π'-группой, либо p-группой для некоторого $p \in \pi$. По теореме Томпсона — Фейта [4] конечная π-разделимая группа G является π- или π'-разрешимой, более того, если она не является π- или π'-группой, то она p-разрешима для некоторого простого числа p, делящего порядок G, т. е. любой ее главный фактор является p- или p'-группой. Конечные π-разделимые группы интенсивно изучались на протяжении всех лет развития теории конечных групп, начиная с классических работ Чунихина [3] и Ф. Холла [5] (см. [1], обзоры [2, 6, 7] и литературу в них).

Локально конечные π-разделимые группы, которым посвящена настоящая работа, до настоящего времени практически не изучались. Основным нашим результатом является следующая

Теорема. *Пусть G — локально конечная π-разделимая группа и m — натуральное число. Ели π-длина любой конечной подгруппы из G не превосходит m, то π-длина G не превосходит m.*

1. Основные обозначения и предварительные результаты

Для периодической группы G и множества π простых чисел обозначим через $O_\pi(G)$ наибольшую нормальную π-подгруппу группы G, т. е. произведение всех ее нормальных π-подгрупп. Далее, пусть $O_{\pi,\pi'}(G)$ — полный прообраз в G группы $O_{\pi'}(G/O_\pi(G))$, $O_{\pi,\pi',\pi}(G)$ — полный прообраз в G группы $O_\pi(G/O_{\pi,\pi'}(G))$ и т. д.

Ряд

$$1 = P_0(G) \leqslant N_0(G) \leqslant P_1(G) \leqslant N_1(G) \leqslant \dots \leqslant P_n(G) \leqslant N_n(G) \leqslant \dots \tag{1}$$

называется *верхним π-рядом* группы G, если

$$N_0(G) = O_{\pi'}(G), \quad P_1(G) = O_{\pi,\pi'}(G), \quad N_1(G) = O_{\pi,\pi',\pi}(G),$$

а для $i > 1$ $P_i(G)$ — полный прообраз в G группы $O_\pi(G/N_{i-1}(G))$, $N_i(G)$ — полный прообраз в G группы $O_{\pi'}(G/P_i(G))$.

Лемма 1. (а) *Если $1 = P_0 \leqslant N_0 \leqslant P_1 \leqslant N_1 \leqslant \dots \leqslant P_n \leqslant N_n \leqslant \dots$ — ряд нормальных подгрупп группы G, в котором для любого i N_i/P_i — π'-группа, P_{i+1}/N_i — π-группа, то $P_i \leqslant P_i(G)$.*

(б) *Если группа G π-разделима, то ее верхний π-ряд (1) доходит до G, и если $N_{m-1}(G) \neq P_m(G) \leqslant N_m(G) = G$, то π-длина G равна m.*

(в) *Если H — подгруппа группы G, то $H \cap P_i(G) \leqslant P_i(H)$, $H \cap N_i(G) \leqslant N_i(H)$, для всех $i \geqslant 0$.*

(г) *Если H — подгруппа или фактор-группа π-разделимой группы G, то H π-разделима и ее π-длина не превосходит π-длины G.*

$\lhd$ (а) Индукция по i.

По определению $P_0 = P_0(G)$, $N_0 \leqslant N_0(G)$. Пусть для некоторого i $P_i \leqslant P_i(G)$, $N_0 \leqslant N_0(G)$. Тогда $N_i \leqslant N_i(G) \cap P_{i+1}(G)$, откуда

$$(N_i(G)P_{i+1})/N_i(G) \simeq P_{i+1}/(N_i(G) \cap P_{i+1}) \simeq (P_{i+1}/N_i)/((N_i(G) \cap P_{i+1})/N_i).$$

Таким образом, $(N_i(G)P_{i+1}/N_i(G))$ изоморфна фактор-группе π-группы P_{i+1}/N_i и, следовательно, является π-группой.

Поскольку $(N_i(G)P_{i+1})/N_i(G) \trianglelefteq G/N_i(G)$, то $(N_i(G)P_{i+1})/N_i(G) \leqslant O_\pi(G/N_i(G))$, т. е. $N_i(G)P_{i+1} \leqslant P_{i+1}$, откуда $P_{i+1} \leqslant P_{i+1}(G)$. Аналогично доказывается, что $N_{i+1} \leqslant N_{i+1}(G)$.

(б) Пусть G — π-разделимая группа. Это означает, что в ней существует ряд нормальных подгрупп $1 = P_0 \leqslant N_0 \leqslant P_1 \leqslant N_1 \leqslant \dots \leqslant P_m \leqslant N_m = G$, для которых N_i/P_i — π'-группа, а P_{i+1}/N_1 — π-группа при всех $i \geqslant 0$. Выберем этот ряд так, чтобы m было наименьшим из возможных.

Покажем, что число m равно π-длине G.

По пункту (а) $G = N_m \leqslant N_m(G)$, т. е. $N_m(G) = G$. Если при этом $N_{m-1}(G) = P_m(G)$, то G/P_{m-1} является π'-группой, т. е. $N_{m-1}(G) = G$ и ряд $P_0(G) \leqslant N_0(G) < \dots < N_m(G) = G$ имеет π-длину равную m.

(в) Индукция по i. Понятно, что $H \cap N_0(G)$ — нормальная π'-подгруппа в H, поэтому $H \cap N_0(G) \leqslant N_0(H)$, и лемма справедлива для $i = 0$.

Пусть для некоторого i $H \cap P_i(G) \leqslant P_i(H)$, $H \cap N_i(G) \leqslant N_i(H)$. Тогда $(P_{i+1}(G) \cap H)/N_i(H)$ — нормальная в $H/N_i(H)$ подгруппа. Для любого $x \in P_{i+1}(G) \cap H$, по определению $P_{i+1}(G)$, существует π-число n, для которого $x^n \in N_i(G) \cap H \leqslant N_i(H)$, поэтому $(P_{i+1}(G) \cap H)/N_i(H)$ является π-подгруппой, что означает $(P_{i+1}(G) \cap H)/N_i(H) \leqslant$

$O_\pi(H/N_i(H))$, т. е. $P_{i+1}(G) \cap H \leqslant P_{i+1}(H)$. Теперь аналогично доказывается, что $N_{i+1}(G) \cap H \leqslant N_{i+1}(H)$. Это заканчивает доказательство пункта (в).

(г) Если H — подгруппа G, то по (в) $H = H \cap N_m(G) \leqslant N_m(H)$, где m — π-длина G, поэтому $N_m(H) = H$, т. е. H π-разделима π-длины, не превосходящей m.

Пусть $H = G/K$. Тогда $1 = K/K \leqslant N_1(G)K/K \leqslant P_1(G)K/K \leqslant \dots \leqslant G/K$ — π-ряд H, π-длина которого не превосходит π-длины G. Поэтому H π-разделима и ее π-длина не превосходит π-длины G. Пункт (г) доказан. $\rhd$

Лемма 2 (теорема Цассенхауза [8, теоремы Т.18.1 и Т.18.2] с учетом [4])**.** *Пусть N — нормальная подгруппа конечной группы G и $(|N|, |G : N|) = 1$. Тогда в G существует дополнение к N и все дополнения к N сопряжены в G.*

Группа G называется *примарной*, если существует такое простое число p, что порядок каждого элемента группы G — степень p. Элемент g группы называется *примарным*, если его порядок равен степени некоторого простого числа.

Следующие простые замечания хорошо известны.

Лемма 3. (а) (*замечание Фраттини*). *Если H — конечная нормальная подгруппа группы G и P — силовская подгруппа H, то $G = HN_G(P)$.*

(*б*) *Любой элемент g конечного порядка в группе представим в виде $g = g_1g_2\dots g_s$, где каждый элемент g_i, $i = 1, 2, \dots, s$, примарен и является степенью g.*

(*в*) *Если G — конечная группа и для каждого простого числа p_i, делящего $|G|$, P_i означает ее некоторую силовскую p_i-подгруппу, то $G = \langle P_1, P_2, \dots, P_i, \dots, P_s\rangle$,* где s — *число простых делителей порядка группы G.*

Если группа A действует на группе B, то обозначим через $C_B(A)$ подгруппу $\{b \in B : \ b^\alpha = b$ для всех $\alpha \in A\}$, а через $[B, A]$ подгруппу

$$\big\langle [b, \alpha] = b^{-1}b^\alpha : \ b \in B, \ \alpha \in A \big\rangle .$$

Заметим, что если при этом B и A — подгруппы некоторой общей группы, то $C_B(A)$ — обычный централизатор A в B, а $[B, A]$ — обычный взаимный коммутант B и A.

Лемма 4. *Пусть p — простое число, A — p'-группа, действующая на конечной p-группе P.*

(а) [9, теорема 3.3.1]. *Если P — элементарная абелева и P_0 — A-инвариантная подгруппа в P, то $P = P_0 \times P_1$, где P_1 A-инвариантна.*

(*б*) [9, теорема 5.3.5]. *$P = C_p(A) \cdot [P, A]$. В частности, если $[P, A] \leqslant \Phi(P)$, то $P = C_p(A)$.*

(*в*) [9, теорема 5.3.6]. $[[P, A], A] = [P, A]$.

Лемма 5. *Если N — нормальная подгруппа конечной группы G и G/N разрешима, то существует разрешимая подгруппа H, для которой $G = NH$.*

$\lhd$ Очевидно, $G = NG$. Пусть H — подгруппа наименьшего порядка, для которой $G = NH$. Если $N \cap H \nleqslant \Phi(H)$, то существует максимальная подгруппа $H_1 \leqslant H$, для которой $N \cap H \nleqslant H_1$, т. е. $\langle N \cap H, H_1\rangle = H$. Но тогда $G = NH = N \cdot \langle N \cap H, H_1\rangle = NH_1$, вопреки выбору H. Таким образом, $H \cap N \leqslant \Phi(H)$ нильпотентна и H разрешима. $\rhd$

Если H — нормальная подгруппа группы G, $N \leqslant K \leqslant G$ и $L \leqslant G$, то централизатором K/N в L назовем подгруппу $C_L(K/N) = \{x \in L : \ [k, x] \in N$ для всех $k \in K\}$.

Лемма 6. *Пусть G — локально конечная π-разделимая группа.*

(а) *Если $O_{\pi'}(G) = 1$, то $C_G(O_\pi(G) \leqslant O_\pi(G)$.*

(*б*) *$C_G(O_{\pi,\pi'}(G)/O_{\pi'}(G)) \leqslant O_{\pi,\pi'}(G)$.*

$\lhd$ (а) Положим $K = O_\pi(G)C_G(O_\pi(G))$. Тогда K — характеристическая подгруппа в G и $O_\pi(G) = O_\pi(K)$. Поскольку $O_{\pi'}(K)$ — нормальная π'-подгруппа в G, то $O_{\pi'}(K) \leqslant O_{\pi'}(G) = 1$. По пункту (г) леммы 1 K π-разделима. Если $K \neq O_\pi(K) = O_\pi(G)$, то $M = O_{\pi,\pi'}(K) \neq O_\pi(K)$. Поскольку $C_G(O_\pi(G)) \trianglerighteq G$ и $K/C_G(O_\pi(G))$ является π-группой, как фактор-группа π-группы $O_\pi(G)$, то все π'-элементы из M содержатся в $C_G(O_\pi(G))$.

Пусть x, y — π'-элементы из M. По условию группа $U = \langle x, y\rangle$ конечна. По лемме 1 (в) $U = O_{\pi,\pi'}(U)$ и $O_\pi(U) \leqslant Z(U)$. По лемме 2 $U = O_\pi(U) \times H$, где H — π'-группа, поэтому $x, y \in H$, $U = H$ и $\langle x, y\rangle$ является π'-группой. Таким образом, произведение любых двух π'-элементов из M является π'-элементом, т. е. совокупность M_0 всех π'-элементов из M составляет подгруппу, которая характеристична в M, следовательно, инвариантна в G и содержится в $O_{\pi'}(G) = 1$. Поэтому $M_0 = 1$ и $M = O_\pi(K)$; противоречие.

(б) Если $c \in C_G(O_{\pi,\pi'}(G)/O_{\pi'}(G))$, то в $G/O_{\pi'}(G)$ элемент $CO_{\pi'}(G)$, централизует $O_\pi(G/O_{\pi'}(G))$. По пункту (а), примененному к $G/O_{\pi'}(G)$, $CO_{\pi'}(G) \in O_\pi(G/O_{\pi'}(G)) = O_{\pi,\pi'}(G)/O_{\pi'}(G)$. Поэтому $c \in O_{\pi,\pi'}(G)$. $\rhd$

Лемма 7. *Если G — локально конечная группа, для которой $G = O_{\pi,\pi'}(G)$ и $C_G(O_{\pi'}(G)) \leqslant O_{\pi'}(G)$, то для любого p-элемента $a \in G \backslash O_{\pi'}(G)$, где $p \in \pi$, найдется нетривиальный примарный элемент $b \in O_{\pi'}(G)$ такой, что $\langle a, b\rangle = B(a)$, где B — примарная группа, $\langle a\rangle$ действует нетривиально и неприводимо на $B/\Phi(B)$ и, в частности, $b \in [B, \langle a\rangle]$.*

$\lhd$ По условию a не централизует $O_{\pi'}(G)$, поэтому найдется $b \in O_{\pi'}(G)$, для которого $[b, a] \neq 1$. По лемме 3 (б) $b = b_1 \ldots b_s$, где $b_1, \ldots, b_s$ — примарные элементы и каждый из них является степенью b.

Понятно, что все b_i принадлежат $O_{\pi'}(G)$ и $[b_i, a] \neq 1$ для некоторого $i \in \{1, \ldots, s\}$, поэтому можно считать, что b примарен. Положим $H = \langle b, a\rangle$. По пункту (в) леммы 6 $H = G \cap H = O_{\pi',\pi}(G) \cap H \leqslant O_{\pi',\pi}(H)$, т. е. $O_{\pi',\pi}(H) = H$ и $b \in O_{\pi'}(G) \cap H \leqslant O_{\pi'}(H)$. По условию $H = \langle b, a\rangle$ — конечная группа. Выберем b так, чтобы порядок H был наименьшим. Очевидно $H = B \cdot \langle a\rangle$, где $B = \langle b^x :\ x \in \langle a\rangle\rangle$ и $B = O_{\pi'}(H)$. Кроме того, $\langle a\rangle$ — силовская подгруппа в B. Пусть P — некоторая силовская подгруппа в B. По замечанию Фраттини (лемма 3 (а)) $H = BN_H(P)$. В частности, $N_H(P)$ содержит силовскую подгруппу, сопряженную с $\langle a\rangle$. Поэтому $a \in N_H(p^h)$ для некоторого $h \in H$. Таким образом, для каждого простого $p \in \pi'$, делящего порядок B, a нормализует некоторую силовскую p-подгруппу S_p из B. Если a централизует каждую подгруппу S_p, то a централизует B, что противоречит выбору элемента b. Таким образом, a нормализует, но не централизует некоторую силовскую подгруппу P из B. В силу минимальности порядка H $B = P$ и по пункту (б) леммы 4 $B = [B, \langle a\rangle]$. Кроме того, $\langle a\rangle$ действует нетривиально на $B/\Phi(B)$. Если $\langle a\rangle$ действует приводимо на $B/\Phi(B)$, то по лемме 4 (а)

$$B/\Phi(B) = B_1/\Phi(B) \times B_2/\Phi(B),$$

где B_1 и B_2 — собственные a-инвариантные подгруппы группы B. В силу минимальности порядка H такая ситуация невозможна, т. е. $\langle a\rangle$ действует неприводимо и нетривиально на $B/\Phi(B)$. $\rhd$

2. Доказательство теоремы

Пусть G — локально конечная π-разделимая группа π-длины m.

Опорной последовательностью G при $m > 1$ назовем набор примарных элементов $a_1, b_1, \ldots, b_{m-1}, a_m$, обладающий следующими свойствами:

(1) для $i = 1, \ldots, m$: $a_i \in P_i(G) \backslash P_{i-1}(G)$; для $j = 1, \ldots, m-1$: $b_j \in N_j(G) \backslash N_{j-1}(G)$;

(2) для $i = 2, \ldots, m$ подгруппа $H_i = \langle \overline{a}_i, \overline{b}_{i-1} \rangle$ из $\overline{P}_i = P_i(G)/P_{i-1}(G)$, где $\overline{a}_i = P_{i-1}(G) \cdot a_i$, $\overline{b}_{i-1} = P_{i-1}(G) \cdot b_{i-1}$, равна $B_{i-1}\langle \overline{a}_i \rangle$, где $B_{i-1} = \langle \overline{b}_{i-1}^x : x \in \langle a_i \rangle \rangle$ — примарная, $\langle a_i \rangle$ действует нетривиально и неприводимо на $B_i/\Phi(B)$, а $\overline{b}_{i-1} \in [B_i, \langle a_i \rangle]$; в частности, $b_{i-1} \in [\langle b_{i-1}^x : x \in \langle a_i \rangle \rangle, \langle a_i \rangle] \, P_{i-1}(G)$.

(3) для $j = 1, \ldots, m-1$ подгруппа $L_i = \langle \overline{b}_j, \overline{a}_j \rangle$ из $\overline{N}_j = N_j(G)/N_{j-1}(G)$, где $\overline{b}_j = N_{j-1}(G) b_j$, $\overline{a}_j = N_{j-1}(G) a_j$, равна $A_j \langle \overline{b}_j \rangle$, где группа $A_j = \langle \overline{a}_j^x \mid x \in \langle b_j \rangle \rangle$ — примарна, $\langle b_j \rangle$ действует нетривиально и неприводимо на $A_j/\Phi(A_j)$ и $\overline{a}_j \in [A_j, \langle b_j \rangle]$. В частности, $a_j \in [\langle a_j^x \mid x \in \langle b_j \rangle \rangle, \langle b_j \rangle] \cdot N_{i-1}(G)$.

Если же π-длина G равна 1, то опорной последовательностью G назовем набор из одного элемента a_1, где a_1 — любой примарный элемент из $P_1(G) \backslash N_0(G)$.

Доказательство теоремы разделим на две леммы.

Лемма 8. *Для любой локально конечной π-разделимой группы π-длины m и любого примарного элемента $a \in P_m(G) \backslash N_{m-1}(G)$ существует опорная последовательность $a_1, b_1, \ldots, a_m$, для которой $a_m = 0$.*

$\lhd$ Индукция по m. Заключение очевидным образом верно при $m = 1$. Пусть $m > 1$ и $\overline{P}_m = P_m(G)/P_{m-1}(G)$. Очевидно, $\overline{P}_m = O_{\pi',\pi}(\overline{P}_m)$ и $O_\pi(\overline{P}_m) = 1$.

По лемме 6 (а) (с заменой π на π') $C_{\overline{P}_m}(O_{\pi'}(\overline{P}_m)) \leqslant O_{\pi'}(\overline{P}_m)$.

Положим $a_m = a$, $\overline{a} = P_{m-1}a$. По лемме 6 (в) найдется нетривиальный примарный элемент $\overline{b} \in O_{\pi'}(\overline{P}_m)$, для которого $\langle \overline{a}, \overline{b} \rangle = B\langle \overline{a} \rangle$, $B = \langle \overline{b}^x \mid x \in \langle \overline{a} \rangle \rangle$ — примарная группа и действует нетривиально и неприводимо на B, и $\overline{b} \in [B, \langle \overline{a} \rangle] = [B, \langle a \rangle]$. Пусть b_{m-1} — примарный прообраз элемента $\overline{b}$ в G. Понятно, что $b_{m-1} \in N_{m-1}(G) \backslash P_{m-1}(G)$.

Аналогично, по лемме 6 (б) (с заменой π на π'), в $P_{m-1}(G) \backslash N_{m-2}(G)$ найдется примарный элемент a_{m-1}, для которого $\overline{a}_{m-1} = a_{m-1}N_{m-2}$, $\overline{b}_{m-1} = b_{m-1}N_{m-2}$ порождают подгруппу L_{m-1}, свойства которой перечислены в определении опорной последовательности.

По индукции $P_{m-1}(G)$ обладает опорной последовательностью a_1, b_1, $\ldots$, a_{m-1} и $a_1, \ldots, a_{m-1}, b_{m-1}, a_m$ — искомая опорная последовательность группы G. $\rhd$

Лемма 9. *Если $A = \{a_1, b_1, \ldots, b_{m-1}, a_m\}$ — опорная последовательность локально конечной π-разделимой группы G π-длины m и $A \leqslant H \leqslant G$, то π-длина H равна m и A является опорной последовательностью группы H. В частности, в группе G есть конечная подгруппа π-длины m.*

$\lhd$ По лемме 1 (в) $H = H \cap G = H \cap N_{m+1}(G) \leqslant N_{m+1}(H)$, поэтому $N_{m+1}(H) = 1$, т. е. H π-разделима и ее π-длина не превосходит m. По определению опорной последовательности $a_1 \in P_1(G) \cap H \leqslant P_1(H)$ и $a_1 \notin P_0(H) = 1$. Предположим, что для некоторого $i \in \{1, \ldots, m-1\}$ $a_i \in P_i(H) \backslash P_{i-1}(H)$. Так как $a_i \in [\langle a_i^x \mid x \in \langle b_i \rangle \rangle, \langle b_i \rangle] \, N_{i-1}(G)$, то $b_i \notin N_{i-1}(H)$, иначе $a_i \in (N_{i-1}(H)N_{i-1}(G)) \cap H = N_{i-1}(H)\,((N_i(G)) \cap H) \leqslant N_i(H)N_i(H) = N_i(H)$; противоречие. Поскольку $b_i \in (N_i(G)) \cap H \leqslant N_i(H)$, $b_i \in N_i(H) \backslash N_{i-1}(H)$.

Аналогично, $a_{i+1} \in P_{i+1}(H) \backslash P_i(H)$. Эти рассуждения показывают по индукции, что для всех $i \in \{1, \ldots, m\}$ элемент $a_i \in P_i(H) \backslash P_{i-1}(H)$, а $b_i \in N_i(H) \backslash N_{i-1}(H)$.

Таким образом, выполнен пункт (1) определения опорной последовательности для H. Остальные пункты проверяются непосредственно. Лемма доказана. Она завершает доказательство теоремы. $\rhd$

Литература

1. *Чунихин С. А.* Подгруппы конечных групп.—Минск: Наука и техника, 1964.
2. *Чунихин С. А., Шеметков Л. А.* Конечные группы. Итоги науки и техники. Алгебра. Топология. Геометрия.—М.: ВИНИТИ, 1971.—С. 7–70.
3. *Чунихин С. А.* О силовских свойствах конечных групп // Докл. АН СССР.—1950—Vol. 73.—С. 29–32.
4. *Feit W., Thompson J. G.* Solvability of groups of odd order. Pacific // J. Math.—1963.—Vol. 13, № 3.—P. 775–1029.
5. *Hall P.* Theorems like Sylow's // Proc. London Math. Soc.—1956.—Vol. 6, № 3.—P. 286–304.
6. *Khukhro E. I.* Problems of bounding the p-length and Fitting height of finite soluble groups // J. Sib. Federal Univ. Mathematics & Physics.—2013.—Vol. 6, № 4.—P. 462–470.
7. *Вдовин Е. П., Ревин Д. О.* Теоремы силовского типа // Успехи мат. наук.—2011.—Т. 66, № 5 (401).—С. 3–46.
8. *Huppert B.* Endliche Gruppen I.—Berlin–Heidelberg–N. Y.: Springer-Verlag, 1979.
9. *Gorenstein D.* Finite groups.—N. Y.: Chelsea, 1980.

Статья поступила 24 апреля 2015 г.

Журтов Арчил Хазешович
Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х. М. Бербекова,
зав. кафедрой геометрии и высшей алгебры
РОССИЯ, 360004, Нальчик, ул. Чернышевского, 175
E-mail: archil@ns.kbsu.ru

Селяева Зулиха Борисовна
Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х. М. Бербекова,
аспирант кафедры геометрии и высшей алгебры
РОССИЯ, 360004, Нальчик, ул. Чернышевского, 175
E-mail: kgivakbgu@mail.ru

ON LOCALLY FINITE π-SEPARABLE GROUPS

Zhurtov A. H., Seljaeva Z. B.

It is shown that the π-length of a locally finite π-separable group G is bounded by a natural m if the π-length of every finite subgroup of G is bounded by m.

Key words: locally finite group, π-separable group, π-length of the group.