Владикавказский математический журнал
2010, Том 12, Выпуск 4, С. 44–49

УДК **512.54**

ОБ ОДНОМ АВТОМОРФИЗМЕ ПОРЯДКА 2 БЕРНСАЙДОВОЙ ГРУППЫ $B_0(2,5)$[1]

А. А. Кузнецов, К. А. Филиппов

В статье изучается централизатор инволютивного автоморфизма бернсайдовой группы $B_0(2,5)$, меняющего местами образующие элементы $B_0(2,5)$. Для данного централизатора найдены порождающие элементы, вычислены его порядок, ступень разрешимости и ступень нильпотентности, построены верхний и нижний центральные ряды.

Ключевые слова: проблема Бернсайда.

Введение

Свободной бернсайдовой группой периода n с m образующими называется группа $B(m,n) = F_m/F_m^n$, где F_m — свободная группа ранга m и F_m^n — ее подгруппа, порожденная всеми n-ми степенями элементов из F_m. Проблема Бернсайда для пары (m,n) звучит так: «Является ли группа $B(m,n)$ конечной?» П. С. Новиков и С. И. Адян показали [1], что ответ отрицательный, если $m \geqslant 2$ и n — достаточно большое нечетное число, однако для небольших нечетных n ($5 \leqslant n \leqslant 663$) проблема Бернсайда остается нерешенной.

Пусть $B_0(m,n) = F_m/U(m,n)$, где $U(m,n)$ — пересечение всех нормальных подгрупп $N \leqslant F_m$, для которых F_m/N — конечная группа периода n. А. И. Кострикин показал [2], что $B_0(m,n)$ конечна, если n — простое число. Е. И. Зельманов обобщил эту теорему Кострикина на случай, когда n — степень простого числа [3]. Отсюда из результатов Ф. Холла и Г. Хигмэна [4] с использованием классификации конечных простых групп вытекает конечность $B_0(m,n)$ для произвольных m и n.

Поскольку $U(m,n) \geqslant F_m^n$, эти результаты показывают, что проблема Бернсайда для (m,n) решается положительно тогда и только тогда, когда $U(m,n) = F_m^n$, т. е. $B_0(m,n) = B(m,n)$.

Так как $(2,5)$ — «наименьшая» пара, для которой проблема Бернсайда не решена, то группа $B_0(2,5)$ представляет особый интерес. В [5] вычислен ее порядок (он равен 5^{34}) и найдены определяющие соотношения. В настоящей работе эти соотношения используются для исследования строения централизатора в $B_0(2,5)$ представителя одного из двух существующих классов инволютивных автоморфизмов группы $B_0(2,5)$.

Пусть $\{x,y\}$ — образующие группы $B_0(2,5)$. Рассмотрим автоморфизм φ, действующий на образующие следующим образом:

$$\varphi : \begin{cases} x \to y, \\ y \to x. \end{cases}$$

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы», проект № 2.1.1/3023, а также Российского фонда фундаментальных исследований, проекты № 09-01-00717-а, № 10-01-00509-а.

Пусть $C_{B_0(2,5)}(\varphi)$ — централизатор автоморфизма φ в $B_0(2,5)$. Далее для краткости будем обозначать $C_{B_0(2,5)}(\varphi)$ через C.

Основным результатом настоящей работы является следующая

Теорема. *Для C имеют место следующие утверждения:*

(1) $|C| = 5^{17}$.

(2) *Ступени нильпотнтности и разрешимости для C равны* 6 *и* 3 *соответственно.*

(3) 3 — *минимальное число порождающих C.*

$\lhd$ 1) Как и в [5] будем представлять элементы $B_0(2,5)$ в виде нормальных коммутаторных слов. В качестве первых двух коммутаторов возьмем образующие группы $B_0(2,5)$, которые обозначим 1 и 2, а последующие с 3-го по 34-й коммутаторы вычисляются рекурсивно через 1 и 2 [5].

В этом случае каждый элемент $g \in B_0(2,5)$ однозначно представляется упорядоченным произведением базисных коммутаторов в определенных степенях $g = 1^{\alpha_1}2^{\alpha_2}\ldots 34^{\alpha_{34}}$, где $\alpha_i \in \{0,1,2,3,4\}$ $(i = 1,2,\ldots,34)$. Иногда для краткости мы будем писать $g = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{34})$.

Для доказательства теоремы необходимо найти в группе $B_0(2,5)$ все такие элементы g, что

$$\varphi(g) = \varphi(1^{\alpha_1}\ldots 34^{\alpha_{34}}) = \varphi(1)^{\alpha_1}\ldots\varphi(34)^{\alpha_{34}} = 1^{\alpha_1}\ldots 34^{\alpha_{34}} = g. \tag{1}$$

При помощи компьютерных вычислений, используя список соотношений для базисных коммутаторов из [5], был вычислен результат действия φ на каждый базисный коммутатор:

$$\varphi(1) = (0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0),$$

$$\varphi(2) = (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0),$$

$$\varphi(3) = (0,0,4,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0),$$

$$\varphi(4) = (0,0,0,0,4,0,0,0,0,4,0,0,1,4,1,0,1,1,1,3,4,0,1,1,4,1,4,4,0,0,3,3,3,1),$$

$$\varphi(5) = (0,0,0,4,0,0,0,0,3,0,1,4,2,0,0,1,3,3,0,1,1,4,4,0,1,0,1,0,0,3,3,3,0,1),$$

$$\varphi(6) = (0,0,0,0,0,0,0,4,0,0,0,0,0,4,0,0,1,0,0,4,2,3,0,3,1,1,0,3,3,1,4,1,2,4),$$

$$\varphi(7) = (0,0,0,0,0,0,4,0,3,4,1,2,2,4,0,4,4,1,1,0,1,1,1,1,3,3,0,4,2,4,0,2,3,0),$$

$$\varphi(8) = (0,0,0,0,0,4,0,0,0,0,3,0,0,0,4,2,0,0,2,3,3,0,1,0,0,0,4,0,2,3,0,1,3,3),$$

$$\varphi(9) = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,3,0,2,3,2,4,1,4,1,3,4,2,1,1,1,3,0,4,3,4,2,1,3,3,0),$$

$$\varphi(10) = (0,0,0,0,0,0,0,0,2,0,2,3,3,0,0,4,4,3,0,3,0,4,0,3,2,0,1,0,2,1,1,3,3,3),$$

$$\varphi(11) = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,3,0,0,2,4,0,4,1,4,0,2,1,0,4,4,0,3,1,3,0,4),$$

$$\varphi(12) = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,3,0,2,3,0,2,4,4,1,0,3,4,2,0,1,0,1,4,3,2,2,3),$$

$$\varphi(13) = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,0,0,3,4,4,1,3,3,3,4,0,4,1,1,3,0,1,1,0,1,4,1),$$

$$\varphi(14) = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,0,0,0,3,3,0,0,0,4,3,0,0,3,0,0,4,0,0,1,0,3,1,1),$$

$$\varphi(15) = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,3,0,0,0,1,2,0,1,0,4,4,0,1,2,1,3,1,1),$$

$$\varphi(16) = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,4,4,0,2,1,2,0,4,0,0,2,4,2,0,1,3,4,2),$$

$$\varphi(17) = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,0,0,0,3,4,1,0,3,3,3,0,4,0,4,3,0,1,2,3),$$

$$\varphi(18)=(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,3,4,0,0,3,0,4,0,0,3,2,0,1,0,0,3,4,1,2,3),$$

$$\varphi(19)=(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,0,0,0,0,3,3,0,3,2,2,2,1),$$

$$\varphi(20)=(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,3,4,0,0,1,0,2,0,0,1,1,4,2,0,2),$$

$$\varphi(21)=(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,3,2,0,0,4,4,3,4,0,4,4,1,0,0,1),$$

$$\varphi(22)=(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,3,0,0,0,3,0,4,0,0,0,3,1,0,3,4,0),$$

$$\varphi(23)=(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,0,0,0,0,1,2),$$

$$\varphi(24)=(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,4,0,0,2,1,4,3,3),$$

$$\varphi(25)=(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,4,0,0,0,0,4,1,3),$$

$$\varphi(26)=(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,3,2,0,0,0,4,4,0,4,2,3),$$

$$\varphi(27)=(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,4,0,0,0,0,0,0,3,3,3),$$

$$\varphi(28)=(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,3,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,4),$$

$$\varphi(29)=(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,3,0,1,3),$$

$$\varphi(30)=(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,1,3,0),$$

$$\varphi(31)=(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,0,0,4,0,4),$$

$$\varphi(32)=(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,0),$$

$$\varphi(33)=(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,3,0,0),$$

$$\varphi(34)=(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1).$$

Так как φ — автоморфизм, то

$$\varphi(1^{\alpha_1}2^{\alpha_2}\ldots 34^{\alpha_{34}})=\varphi(1^{\alpha_1}\ldots 10^{\alpha_{10}})\varphi(11^{\alpha_{11}}\ldots 34^{\alpha_{34}}). \tag{2}$$

В [5] показано, что коммутаторы с 11 по 34 перестановочны и порождают в $B_0(2,5)$ характеристическую нормальную абелеву подгруппу, поэтому

$$\varphi(11^{\alpha_{11}}12^{\alpha_{12}}\ldots 34^{\alpha_{34}})=11^{\gamma_{11}}12^{\gamma_{12}}\ldots 34^{\gamma_{34}}. \tag{3}$$

Беря во внимание (2) и (3), найдем такие элементы $v_k=1^{\alpha_1}2^{\alpha_2}\ldots 10^{\alpha_{10}}$, что $\varphi(v_k)=\varphi(1^{\alpha_1}2^{\alpha_2}\ldots 10^{\alpha_{10}})=1^{\alpha_1}2^{\alpha_2}\ldots 10^{\alpha_{10}}b_k$, где $b_k=11^{\beta_{11}}12^{\beta_{12}}\ldots 34^{\beta_{34}}$.

В результате полного перебора, используя компьютерные вычисления, было получено, что всего таких элементов v_k будет 625.

Ввиду того, что коммутаторы с 11 по 34 перестановочны, нахождение степеней α_{11}, α_{12}, …, α_{34}, удовлетворяющих условию (1), сводится к решению систем линейных уравнений над полем $GF(5)$ следующего вида:

$$A\vec{\alpha}+\vec{b}_k=\vec{\alpha}\quad (k=1,2,\ldots,625).$$

Здесь, $\vec{\alpha}=(\alpha_{11},\ldots,\alpha_{34})^T$ — вектор неизвестных значений степеней коммутаторов с 11 по 34. $\vec{b}_k=(\beta_{11},\ldots,\beta_{34})^T$ — векторы с координатами равными значеням степеней коммутаторов с 11-го по 34-й для элементов вида v_k. $A_{24\times 24}$ — матрица, каждый элемент a_{ij} которой вычисляется как $a_{ij}=\beta_{(i+10)}$, т. е. является степенью коммутатора $(i+10)$ под действием автоморфизма на коммутатор $(j+10)$: $\varphi(j+10)=\ldots(i+10)^{\beta_{(i+10)}}\ldots$ $(i,j=1,2,\ldots,24)$. Другими словами, если $w=11^{\alpha_{11}}\ldots 34^{\alpha_{34}}$ и $\varphi(w)=11^{\gamma_{11}}\ldots 34^{\gamma_{34}}$, то в векторном виде это можно записать как $A\vec{\alpha} = \vec{\gamma}$, где $\vec{\alpha} = (\alpha_{11}, \ldots, \alpha_{34})^T$ и $\vec{\gamma} = (\gamma_{11}, \ldots, \gamma_{34})^T$.

Перепишем систему (4) в виде $(A - E)\vec{\alpha} = -\vec{b}_k$, где E — единичная матрица.

Для каждого $\vec{b}_k$ необходимо исследовать систему на совместность. Для этого сначала было найдено, что ранг матрицы $[A - E]$ равен 11. Затем, при помощи компьютерных вычислений было получено, что ранги расширенных матриц $\big[(A-E)|(-\vec{b}_k)\big]$ для всех k также равны 11. Таким образом, все системы уравнений совместны. Так как число параметров будет $24 - 11 = 13$, то каждая система имеет 5^{13} решений. Общее же чило решений равно $625 \cdot 5^{13} = 5^{17}$. Каждому полученному решению будет однозначным образом соответсвовать элемент группы $B_0(2,5)$, удовлетворяющий условию (1). Первое утверждение теоремы доказано.

2) Рассмотрим следующие элементы группы $B_0(2,5)$:

$$k_1 = (3,3,2,4,0,0,2,3,3,2,1,1,3,0,3,0,4,4,1,2,0,1,3,2,1,4,1,4,4,1,1,2,4,2),$$

$$k_2 = (1,1,3,1,4,2,0,3,3,3,0,1,3,3,0,0,3,1,4,4,4,2,2,4,4,4,4,3,3,2,2,2,2,2),$$

$$k_3 = (4,4,3,3,1,0,3,1,1,3,3,3,4,4,4,1,0,2,1,4,4,0,1,3,2,4,4,2,1,1,0,1,3,3).$$

Поскольку $\varphi(k_i) = k_i$ $(i = 1,2,3)$, то $k_i \in C$.

При помощи компьютерных вычислений получим подгруппу $K = \langle k_1, k_2, k_3 \rangle$ в коммутаторном представлении.

Коммутаторы веса 1: $1 = k_1$, $2 = k_2$, $3 = k_3$.

Коммутаторы веса 2: $4 = [2,1]$, $5 = [3,1]$, $6 = [3,2]$.

Коммутаторы веса 3: $7 = [4,1]$, $8 = [4,2]$, $9 = [5,1]$.

Коммутаторы веса 4: $10 = [7,1]$, $11 = [7,2]$, $12 = [8,2]$, $13 = [9,1]$.

Коммутаторы веса 5: $14 = [10,2]$, $15 = [11,2]$.

Коммутаторы веса 6: $16 = [14,1]$, $17 = [14,2]$.

Ниже приведены нетривиальные соотношения для базисных коммутаторов:
$[2,1] = 4$, $[3,1] = 5$, $[3,2] = 6$, $[4,1] = 7$, $[4,2] = 8$, $[4,3] = 7^2 \cdot 8^3 \cdot 10^2 \cdot 12^2 \cdot 14 \cdot 15^2 \cdot 16^2 \cdot 17$, $[5,1] = 9$, $[5,2] = 7^4 \cdot 8^3 \cdot 9^2 \cdot 10^3 \cdot 11 \cdot 12^3 \cdot 13 \cdot 14^4 \cdot 15^2 \cdot 16^3 \cdot 17^3$, $[5,3] = 7^2 \cdot 8^4 \cdot 9^3 \cdot 11^3 \cdot 13^3 \cdot 14^4 \cdot 15 \cdot 16$, $[5,4] = 14^3 \cdot 16 \cdot 17^2$, $[6,1] = 7^2 \cdot 9^2 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14^4 \cdot 16^3 \cdot 17^4$, $[6,2] = 7^3 \cdot 8^3 \cdot 9^4 \cdot 10^3 \cdot 11^4 \cdot 12^3 \cdot 13^4 \cdot 14^4 \cdot 15^3 \cdot 16^4 \cdot 17^4$, $[6,3] = 7^3 \cdot 8^4 \cdot 9 \cdot 10^2 \cdot 11^4 \cdot 12^2 \cdot 13^4 \cdot 14 \cdot 15^3 \cdot 16^3 \cdot 17$, $[6,4] = 14 \cdot 16^4 \cdot 17^4$, $[6,5] = 14^4 \cdot 16^4 \cdot 17$, $[7,1] = 10$, $[7,2] = 11$, $[7,3] = 10^2 \cdot 11^3 \cdot 14^2 \cdot 15^4 \cdot 16 \cdot 17^3$, $[7,4] = 14 \cdot 16 \cdot 17^4$, $[7,5] = 14^3 \cdot 16^3 \cdot 17^2$, $[7,6] = 14^3 \cdot 16^3 \cdot 17^2$, $[8,1] = 11 \cdot 14 \cdot 15^2 \cdot 17^3$, $[8,2] = 12$, $[8,3] = 11^2 \cdot 12^3 \cdot 14^2 \cdot 15 \cdot 16^2 \cdot 17^3$, $[8,4] = 15^2$, $[8,5] = 15 \cdot 16 \cdot 17^2$, $[8,6] = 15 \cdot 16^2 \cdot 17^4$, $[8,7] = 16^2 \cdot 17^4$, $[9,1] = 13$, $[9,2] = 10^4 \cdot 11^3 \cdot 13^2 \cdot 14^4 \cdot 15^4 \cdot 16^2$, $[9,3] = 10^2 \cdot 11^4 \cdot 13^3 \cdot 14^3 \cdot 15^4 \cdot 16^2 \cdot 17^2$, $[9,4] = 14^3 \cdot 16 \cdot 17^2$, $[9,5] = 14^4 \cdot 16^3 \cdot 17$, $[9,6] = 14^4 \cdot 16^3 \cdot 17$, $[9,8] = 16^4 \cdot 17^3$, $[10,1] = 16$, $[10,2] = 14$, $[10,3] = 14^3 \cdot 16^4 \cdot 17^3$, $[10,4] = 16$, $[10,5] = 16^3$, $[10,6] = 16^3$, $[11,1] = 14^2 \cdot 16^4 \cdot 17^4$, $[11,2] = 15$, $[11,3] = 14^4 \cdot 15^3$, $[11,4] = 16^2$, $[11,5] = 16$, $[11,6] = 16$, $[12,1] = 15^3 \cdot 17$, $[12,2] = 16$, $[12,3] = 15 \cdot 16^3 \cdot 17^3$, $[12,4] = 16^4$, $[12,5] = 16^2$, $[12,6] = 16^2$, $[13,1] = 16^4$, $[13,2] = 14^3 \cdot 16 \cdot 17^3$, $[13,3] = 14^4 \cdot 16^2 \cdot 17^3$, $[13,4] = 16^3$, $[13,5] = 16^4$, $[13,6] = 16^4$, $[14,1] = 16$, $[14,2] = 17$, $[14,3] = 16^2 \cdot 17^3$, $[15,1] = 16^2 \cdot 17^2$, $[15,2] = 16^2$, $[15,3] = 17^4$.

Любой элемент $g \in K$ представим в виде нормального коммутаторного слова

$$g = 1^{\alpha_1} \cdot 2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot 17^{\alpha_{17}},$$

$\alpha_i \in \{0,1,2,3,4\}$ $(i = 1,2,\ldots,17)$. Так как $|K| = |C|$, то $K \simeq C$. Используя вышеприведенное коммутаторное представление, построим нижний центральный ряд группы C:

$$C \supset C_1 \supset C_2 \supset C_3 \supset C_4 \supset C_5 \supset C_6 = e,$$

где $C_1 = [C, C] = \langle 4, 5, \ldots, 17\rangle$, $C_2 = [C_1, C] = \langle 7, 8, \ldots, 17\rangle$, $C_3 = [C_2, C] = \langle 10, 11, \ldots, 17\rangle$, $C_4 = [C_3, C] = \langle 14, 15, 16, 17\rangle$, $C_5 = [C_4, C] = \langle 16, 17\rangle$.

Теперь построим верхний центральный ряд группы C:

$$e = Z_0 \subset Z_1 \subset Z_2 \subset Z_3 \subset Z_4 \subset Z_5 \subset Z_6 = C,$$

где $Z_1 = C_5$, $Z_2 = C_4$, $Z_3 = C_3$, $Z_4 = C_2$, $Z_5 = C_1$.

Далее вычислим ступень разрешимости C. $C^{(1)} = [C, C] = C_1$. Из полученных в пункте 2) соотношений следует, что $C^{(2)} = [C^{(1)}, C^{(1)}] = \langle 14, 15, 16, 17\rangle$ является абелевой подгруппой, поэтому ступень разрешимости группы C равна 3.

3) Так как $|C/C_1| = 5^3$, то 3 — минимальное число порождающих C. $\triangleright$

Литература

1. *Адян С. И.* Проблема Бернсайда и тождества в группах.—М.: Наука, 1975.—335 с.
2. *Кострикин А. И.* О проблеме Бернсайда // Докл. АН СССР.—1958.—Т. 119, № 6.—С. 1081–1084.
3. *Зельманов Е. И.* Решение ослабленной проблемы Бернсайда для 2-групп // Мат. сб.—1991.—Т. 182, № 4.—С. 568–592.
4. *Hall P., Higman G.* On the p-length of p-soluble groups and reductions theorems for Burnside problem // Proc. London Math. Soc.—1956.—Vol. 6, № 3.—P. 1–42.
5. *Havas G., Wall G., Wamsley J.* The two generator restricted Burnside group of exponent five // Bull. Austral. Math. Soc.—1974.—Vol. 10.—P. 459–470.

Статья поступила 26 февраля 2010 г.

Кузнецов Александр Алексеевич
Сибирский государственный аэрокосмический университет
им. академика М. Ф. Решетнева,
заведующий кафедрой высшей математики
РОССИЯ, 660014, Красноярск, пр. им. газ. «Красноярский рабочий», 31;
E-mail: alex_kuznetsov80@mail.ru

Филиппов Константин Анатольевич
Красноярский государственный аграрный университет,
доцент кафедры прикладной математики
РОССИЯ, 660049, Красноярск, пр. Мира, 90;
E-mail: filippov_kostya@mail.ru

ABOUT THE CENTRALIZER OF AN AUTOMORPHISM OF ORDER 2 OF BURNSIDE GROUP $B_0(2,5)$

Kuznetsov A. A., Philippov K. A.

The structure of the centralizer of an automorphism of order 2 of a special kind of Burnside group $B_0(2,5)$ is investigated. The generators, order, nilpotency class and derived length of of the centralizer are computed. The lower and upper central series of of the centralizer are built.

Key words: Burnside problem.