Владикавказский математический журнал
Январь–март, 2005, Том 7, Выпуск 1

УДК **513.03+517.944**

ОБ ОДНОМ РАСШИРЕННОМ КЛАССЕ БЕСКОНЕЧНО МАЛЫХ ИЗГИБАНИЙ РЕГУЛЯРНЫХ ЛОКАЛЬНО ВЫПУКЛЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Е. В. Тюриков

В работе предлагается достаточно естественное (как с геометрической, так и с аналитической точек зрения) расширение класса бесконечно малых изгибаний в рамках задачи об отыскании всех бесконечно малых изгибаний регулярных локально выпуклых поверхностей при условии стационарности нормальной кривизны края. Установлен достаточный признак жесткости таких поверхностей в расширенном классе.

Теория бесконечно малых (б.м.) изгибаний регулярных локально выпуклых поверхностей с краем традиционно рассматривает лишь непрерывные б.м. изгибания, что соответствует интуитивному представлению о б.м. изгибании как о непрерывной деформации поверхности. Класс регулярности б.м. изгибания определяется классом регулярности поверхности, а также классом регулярности решений соответствующей граничной задачи для одной из следующих эллиптических систем дифференциальных уравнений первого порядка на плоскости (см. [1]):

1. системы уравнений для компонентов поля смещений;
2. системы уравнений для контрвариантного тензора изгибаний (или поля изгибаний).

При этом из рассмотрения исключаются неограниченные решения, что вполне оправдано с геометрической точки зрения при построении б.м. изгибаний с использованием решений системы 1, а при условии гладкости края — и решений системы 2. Ниже предлагается естественное в определенном смысле расширение класса непрерывных б.м. изгибаний в рамках задачи об отыскании всех б.м. изгибаний поверхности класса регулярности $W^{3,p}$, $p > 2$, с кусочно-гладким краем, совместимых с граничным условием вида $\mu_1\delta k_n + \mu_2\delta\tau_g = \sigma$, где μ_i $(i = 1, 2)$, σ — заданные функции точек края, а δk_n и $\delta\tau_g$ — вариации нормальной кривизны и геодезического кручения соответственно. Для простоты ограничимся рассмотрением частного случая $\delta k_n = 0$.

1. Бесконечно малые изгибания класса $H(c_1, \dots, c_m)$. Формулировка основного результата

Пусть S — односвязная поверхность положительной кривизны в трехмерном евклидовом пространстве E^3, принадлежащая классу регулярности $W^{3,p}$, $p > 2$. Через S_ν, $\nu = (\nu_1, \dots, \nu_n)$ обозначим односвязную поверхность, являющуюся строго внутренней частью поверхности S, с кусочно-гладким краем $L = \bigcup\limits_{j=1}^{n} L_j$, состоящим из конечного числа дуг L_j класса регулярности $C^{1,\tau}$, $0 < \tau < 1$, и содержащим n угловых точек c_j с внутренними углами $\nu_j\pi$, $0 < \nu_j < 2$, соответственно, образованными векторами $\bar{s}_j^{(1)}$, $\bar{s}_j^{(2)}$ с началом в точке c_j $(j = 1, \dots, n)$ и задающими направления дуг, сходящихся в этой точке. В пространстве E^3 поверхность S задается уравнением в векторной форме $\overline{r} = \overline{r}(u^1, u^2)$, где (u^i) — сопряженно изометрическая система координат на поверхности. При этом с помощью параметризации (u^i) поверхность S_ν отобразится на некоторую область D_θ, $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_n)$ плоскости (u^1, u^2), ограниченную кусочно-гладкой кривой $\Gamma = \bigcup\limits_{j=1}^{n} \Gamma_j$, содержащей угловые точки q_i с внутренними углами $\theta_j\pi$ $(0 < \theta_j < 2,\ j = 1, \dots, n)$ соответственно. Если $g_{ij}du^idu^j$, $b_{ij}du^idu^j$ $(i, j = 1, 2)$ — основные формы поверхности S, то следуя [1], систему б.м. изгибаний поверхности S_ν в вариациях δb_{ij} коэффициентов второй основной формы запишем в виде:

$$\partial_{\overline{\zeta}} w(\zeta) - \overline{B(\zeta)} w(\zeta) = 0, \quad \zeta \in D_\theta, \tag{1}$$

$\zeta = u^1 + iu^2$, $\partial_{\overline{\zeta}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y}\right)$ — оператор комплексного дифференцирования, $w = \sqrt[4]{K}(\delta b_{11} + i\delta b_{22})$ — комплекснозначная функция напряжений, $K = (b_{11}b_{22} - b_{12}^2)(g_{11}g_{22} - g_{12}^2)^{-1}$, $B(\zeta)$ — вполне определенная поверхностью S_ν функция класса регулярности $L_p(D_\theta)$, $p > 2$. При этом, согласно [1] (см. гл. 2, § 6) набор $(\theta_1, \dots, \theta_n) = \omega(\nu_1, \dots, \nu_n)$ (или $\theta = \omega(\nu)$) волне определен выбором точек c_j, направлений $\bar{s}_j^{(1)}$, $\bar{s}_j^{(2)}$ на поверхности S и соотношениями

$$\cos\nu_j\pi = \sqrt{k_j^{(2)}/k_j^{(1)}}\left(\cos\theta_j\pi - \frac{\tau_j^{(1)}}{\sqrt{K}}\sin\theta_j\pi\right), \quad \sin\nu_j\pi = \sqrt{k_j^{(1)}k_j^{(2)}}/K \cdot \sin\theta_j\pi,$$

$(j = 1, \dots, n)$, где $k_j^{(i)}$ — нормальная кривизна поверхности S в точке c_j в направлении $s_j^{(i)}$, $\tau_j^{(1)}$ — геодезическая кривизна поверхности S в точке c_j в направлении $\bar{s}_j^{(1)}$ $(i = 1, 2;$ $j = 1, \dots, n)$. Внешняя связь $\delta k_n = 0$ при б. м. изгибании поверхности порождает для комплексного поля напряжений $w(\zeta)$ краевое условие

$$\mathrm{Re}\left\{\left(\frac{d\zeta}{ds}\right)^2 w(\zeta)\right\} = 0, \quad \zeta \in \bigcup_{j=1}^{n} \Gamma_j, \tag{2}$$

$\frac{d\zeta}{ds} = s^1 + is^2$, s^1, s^2 — координаты касательного к Γ вектора $\overline{s}$. Задача (1), (2) есть задача Римана — Гильберта (задача R) с коэффициентом $\left(\frac{d\zeta}{ds}\right)^2$ граничного условия, имеющим разрывы 1-го рода в точках ζ_j $(j = 1, \dots, n)$ комплексной плоскости $\zeta = u^1 + iu^2$ (или в точках q_i (u^1, u^2)-плоскости). Задача R рассматривалась ранее (см. [2]) в классе ограниченных решений при изучении непрерывных б. м. изгибаний поверхности S_ν. В дальнейшем мы будем следовать обозначениям, используемым в теории кусочно гёльдеровой задачи Римана — Гильберта для аналитических функций, а также в теории соответствующей задачи для обобщенных аналитических функций (см. [3, 4]). Пусть $\zeta_1, \dots, \zeta_m$ $(1 \leqslant m \leqslant n)$ — произвольно отмеченные точки из числа $\zeta_1, \dots, \zeta_n$. Введем в рассмотрение решение класса $h(\zeta_1, \dots, \zeta_m)$ задачи R, т. е. решение $w(\zeta)$, ограниченное в точках $\zeta_1, \dots, \zeta_m$ и допускающее в $D_\theta \cap U(\zeta_j)$, где $U(\zeta_j)$ — некоторая окрестность точки ζ_j $(j = m + 1, \dots, n)$, оценку $|w(\zeta)| \leqslant A|\zeta - \zeta_j|^{-\alpha_j}$, $0 < \alpha_j < 1$, $A = \mathrm{const}$, а величины α_j вполне определены коэффициентом граничного условия (2). Пусть $c_1, \dots, c_m$ — произвольно отмеченные точки поверхности S_ν из числа $c_1, \dots, c_n$, а $\zeta_1, \dots, \zeta_m$ $(1 \leqslant m \leqslant n)$ — соответствующие им точки $\zeta_1, \dots, \zeta_m$ комплексной плоскости ζ.

Определение. Будем говорить, что поверхность S_ν допускает б. м. изгибание класса $H(c_1,\dots,c_m)$ $(1\leqslant m\leqslant n)$, если на $S_\nu\setminus\bigcup\limits_{k=1}^{m} c_k$ определено поле изгибаний, порожденное решением класса $h(\zeta_{m+1},\dots,\zeta_n)$ задачи R.

Для формулировки результата воспользуемся классификацией угловых точек поверхности S_ν, данной в [2]. Пусть ξ_j — фиксированное направление на поверхности S $(S_\nu\subset S)$ в точке c_j, причем направление одной из двух дуг границы L, сходящихся в точке c_j, совпадает с направлением ξ_j $(j=1,\dots,n)$.

Пусть, далее, ξ_j^* — направление на S в точке c_j, сопряженное направлению ξ_j, а $\overline{s}_j^{(1)}$, $\overline{s}_j^{(2)}$ — введенные выше векторы на поверхности S, образующие внутренний угол $\nu_j\pi$ в точке c_j. Точку c_j назовем особенной точкой поверхности S_ν, если направление одного из векторов $\overline{s}_j^{(k)}$ $(k=1,2)$ коллинеарно направлению ξ_j^*. Неособенную угловую точку c_j, для которой $0<\nu_j<1$, назовем выступом и отнесем ее к 1-му (2-му) типу, если сектор $s^{(j)}$ направлений, образованный векторами $s_j^{(1)}$, $s_j^{(2)}$ в точке c_j, не содержит (содержит) направление ξ_j^*. Точку c_j, для которой $1<\nu_j<2$, назовем впадиной и отнесем ее к 3-му (4-му) типу, если сектор $s^{(j)}$ содержит (не содержит) направление ξ^*. При этом каждая точка гладкости края формально может быть отнесена ко 2-му типу.

Замечание 1. В силу свойств гомеоморфизма второй основной квадратичной формы поверхности ([1, гл. 2]) величинам ν_j, $1\leqslant j\leqslant n$, в угловых точках, являющихся выступами и относящихся к 1-му (2-му) типу, в наборе $\theta=\omega(\nu)$ соответствуют величины θ_j, для которых $0<\theta_j<1/2$ (соответственно, $1/2<\theta_j<1$).

Точно так же, величинам ν_j, $1\leqslant j\leqslant u$, в точках, являющихся впадинами и относящихся к 3-му (4-му) типу, в наборе $\omega(\nu)$ соответствуют величины θ_j, для которых $1<\theta_j<3/2$ $(3/2<\theta_j<2)$.

Теорема. *Пусть S_ν — заданная выше поверхность класса регулярности $W^{3,p}$, $p>2\theta_0$, где $\theta_0=\max\{1,\omega(\nu)\}$, край которой содержит $n^{(k)}$ неособенных угловых точек k-го типа соответственно $(1\leqslant k\leqslant 4;\ \sum\limits_{k=1}^{4} n^{(k)}=n)$, а $c_1,\dots,c_m$ $(1\leqslant m\leqslant n)$ — произвольно отмеченные точки края из числа $c_1,\dots,c_n$. Если $n^{(1)}+m-3>n^{(3)}+2n^{(4)}$, то поверхность S_ν при условии стационарности нормальной кривизны вдоль края $(\delta k_n=0)$ допускает точно $\ell=n^{(1)}+m-n^{(3)}-2n^{(4)}-3$ линейно независимых б. м. изгибаний класса $H(c_1,\dots,c_m)$, и является жесткой в классе $H(c_1,\dots,c_m)$, если $n^{(1)}+m-3\leqslant n^{(3)}+2n^{(4)}$.*

Замечание 2. На основании выражения для функции напряжений можно допустить, что порождаемая соответствующим решением деформация класса $H(c_1,\dots,c_m)$ сопровождается «скручиванием» поверхности в окрестности угловых точек $c_1,\dots,c_m$.

2. Доказательство основного результата

Для доказательства теоремы нам понадобится вспомогательная конструкция. Рассмотрим следующую граничную задачу для уравнения (1):

$$\operatorname{Re}\{\overline{\lambda}(\zeta)w(\zeta)\}=0,\quad \zeta\in\Gamma=\bigcup_{j=1}^{n}\Gamma_j, \tag{3}$$

$\lambda(\zeta)=\lambda_1(\zeta)+i\lambda_2(\zeta)$, $\lambda(\zeta)$ — гёльдерова на каждой из дуг Γ_j функция, имеющая разрывы 1-го рода в точках ζ_j $(j=1,\dots,n)$, $|\lambda(\zeta)|=1$. При этом точки ζ_j и ζ_{j+1} есть начало и конец дуги Γ_j $(j = 1, \dots, n-1)$ соответственно, а концом дуги Γ_n является точка c_1. Введем следующие обозначения: $\overline{\ell}_{(-j)}$, $\overline{\ell}_{(+j)}$ — предельные значения векторного поля $\overline{\ell} = \{\lambda_1(\zeta), \lambda_2(\zeta)\}$ в точке ζ_j, $\varphi_j = (\overline{\ell}_{(-j)}, \overline{\ell}_{(+j)})$ — величина угла между векторами $\overline{\ell}_{(-j)}$ и $\overline{\ell}_{(j)}$, $-\pi \leqslant \varphi_j \leqslant \pi$; при этом отсчет производится от $\overline{\ell}_{(-j)}$ до $\overline{\ell}_{(+j)}$, а угол считается положительным, если отсчет ведется против часовой стрелки.

Пусть $\mathcal{L}$ — множество векторных полей $\overline{\ell}$ на L, удовлетворяющих условиям:

1) Для любого поля $\overline{\ell} \in \mathcal{L}$ в точках гладкости угол φ между вектором $\overline{\ell}$ и вектором $\overline{s}$ направленной касательной к L удовлетворяет условию $0 \leqslant \varphi \leqslant \pi$, а отсчет угла производится от $\overline{\ell}$ к $\overline{s}$ против хода часов.

2) В угловых точках выполняются неравенства

$$0 \leqslant (\overline{\ell}_{(-j)}, \overline{s}_{(-j)}) \leqslant \pi, \quad 0 \leqslant (\overline{\ell}_{(+j)}, \overline{s}_{(+j)}) \leqslant \pi, \quad |\varphi_j| \neq \pi \quad (j = 1, \dots, n).$$

Через $\mathcal{L}_{r,q}$ (r, q — целые неотрицательные, $r+q = n$) обозначим подмножество множества $\mathcal{L}$ векторных полей, для которых выполнены условия

$$0 < \varphi_j < \pi, \quad j = i_1, \dots, i_r \quad (1 \leqslant i_r \leqslant n);$$

$$-\pi \leqslant \varphi_j \leqslant \pi, \quad j = k_1, \dots, k_q \quad (1 \leqslant k_q \leqslant n).$$

Сведем задачу (1), (3) к случаю, когда область D_θ — единичный круг. Пусть $\zeta = \varphi(z)$ — конформное преобразование единичного круга G на область D_θ, в результате которого уравнение (1) и условие (3) принимают вид

$$\partial_{\overline{z}} w_0(z) + B_0(z)\overline{w_0}(z) = 0, \tag{4}$$

$$\mathrm{Re}\bigl\{\overline{\lambda_0(z)} w_0(z)\bigr\} = 0, \tag{5}$$

где $B_0(z) = \overline{\varphi'(z)} B[\varphi(z)]$, $\lambda_0(z) = \lambda[\varphi(z)]$, причем $\lambda_0(z)$ есть кусочно гёльдерова функция с узлами $z_j = \varphi^{-1}(\zeta_j)$, а производная $\varphi'(z)$ в окрестности точки z_j имеет вид ([1, гл. 1, § 2]) $\varphi'(z) = (z - z_j)^{1/\theta_j - 1}\psi_0^{(j)}(z)$, где $\psi_0^{(j)}(z)$ — непрерывная в окрестности точки z_j функция, причем $\psi_0^{(j)}(z_j) \neq 0$ $(j = 1, \dots, n)$. Таким образом, $B_0(z) \in L_q(G)$, где $2 < q < \frac{2p}{2+p(1-1/\theta_0)}$ при $p > 2\theta_0$. Будем отыскивать решения задачи (4), (5), принадлежащие классу регулярности $W^{1,q}$, $2 < q < \frac{2p}{2+p(1-1/\theta_0)}$, в любой замкнутой подобласти области D_θ и классу $h(z_1, \dots, z_m)$, $1 \leqslant m \leqslant n$, где $z_1, \dots, z_m$ — произвольно отмеченные точки из числа $z_1, \dots, z_n$. Следуя [3], индекс $\varkappa$ граничного условия (5) в классе $h(z_1, \dots, z_m)$ вычислим по формуле

$$\varkappa = \sum_{j=1}^{n} \varkappa_j, \tag{6}$$

где $\varkappa_j = \left[\frac{\omega_j}{2\pi}\right]$ при $j = 1, \dots, m$, и $\varkappa_j = \left[\frac{\omega_j}{2\pi}\right] + 1$ при $j = m+1, \dots, n$, ω_j — скачок аргумента функции $\Lambda_0(z) = \frac{\lambda_0(z)}{\overline{\lambda_0(z)}}$ в точке разрыва z_j, взятый с обратным знаком, $[a]$ — целая часть числа a. Покажем, что если $\overline{\ell} \in \mathcal{L}_{r,q}$, то индекс $\varkappa$ граничного условия (5) в классе $h(z_1, \dots, z_m)$ вычисляется по формуле

$$\varkappa = n - m + 2 - r. \tag{7}$$

В силу конформной инвариантности индекса все рассуждения будем проводить для контура Γ плоскости ζ. Вывод формулы (7) удобно начать с рассмотрения частного случая $m = n$, т. е. с доказательства равенства

$$\varkappa = 2 - r \tag{8}$$

в классе $h(\zeta_1,\dots,\zeta_n)$. Обозначим через Δ_j приращение $\arg\lambda(\zeta)$ по дуге Γ_j $(j=1,\dots,n)$. По определению $\mathcal{L}_{r,q}$ имеем

$$\sum_{j=1}^{n}(\Delta_j+\varphi_j)=2\pi. \tag{9}$$

Примем за начало обхода угловую точку ζ_1, положив при этом $\arg\lambda(\zeta_1+0)=\beta$. Выбирая в точках ζ_j $(j=2,\dots,n)$ скачок аргумента $\Delta_{\zeta_j}\arg\lambda(\zeta)$ равным φ_j, получим:

$$\arg\lambda(c_1-0)=\beta+\sum_{j=1}^{n}\Delta_j+\sum_{j=2}^{n}\varphi_j$$

или, в силу (9), $\arg\lambda(\zeta_1-0)=\beta+2\pi-\varphi_1$. Отсюда при выбранных $\Delta_{\zeta_j}\arg\lambda(\zeta)=\varphi_j$ $(j=2,\dots,n)$ находим $\Delta_{\zeta_1}\arg\lambda(\zeta)=\varphi_1-2\pi$. Выбрав $\arg\Lambda(\zeta)=2\arg\lambda(\zeta)$ и обозначив через ω_j скачок $\arg\Lambda(\zeta)$ в точке ζ_j с обратным знаком, получаем:

$$\omega_1=2(2\pi-\varphi_1),\quad \omega_j=-2\varphi_j,\quad j=2,\dots,n.$$

В силу последних соотношений равенство (6) перепишется так:

$$\varkappa=\sum_{j=2}^{n}\left[-\frac{\varphi_j}{\pi}\right]+\left[2-\frac{\varphi_1}{\pi}\right].$$

Возможны следующие случаи.

1) $r\neq 0$, т. е. существует точка ζ_j, в которой $\varphi_j>0$. Не нарушая общности, будем считать, что в точке ζ_1 выполняется неравенство $0<\varphi_1<\pi$. Тогда

$$\sum_{j=2}^{n}\left[-\frac{\varphi_j}{\pi}\right]=1-r,\quad \left[2-\frac{\varphi_1}{\pi}\right]=1,$$

откуда следует (8).

2) $r=0$, т. е. для всех ζ_j, $j=1,\dots,n$, выполняется неравенство $-\pi<\varphi_j<0$. Тогда $\sum\limits_{j=2}^{n}\left[-\frac{\varphi_j}{\pi}\right]=0$, $\left[2-\frac{\varphi_1}{\pi}\right]=2$, откуда и следует (8) при $r=0$. Для доказательства (7) отметим, что выбрав за начало обхода вместо точки ζ_1 любую точку гладкости границы Γ и повторив процедуру вычисления индекса $\varkappa$ в классе $h(\zeta_1,\dots,\zeta_n)$, мы получим то же равенство (8). Но эта же процедура вычисления индекса $\varkappa$ в классе $h(\zeta_1,\dots,\zeta_m)$ в силу (6) с очевидностью приводит к (7).

Рассмотрим теперь задачу (1), (2) для поверхности S_ν, записав граничное условие (2) в виде

$$\operatorname{Re}\{\overline{\lambda_1(\zeta)}w(\zeta)\}=0,\quad \zeta\in\Gamma, \tag{10}$$

где $\lambda_1(\zeta)=\left(\frac{\overline{d\zeta}}{ds}\right)^2$, $\frac{d\zeta}{ds}=s^1+is^2$, s^1, s^2 — координаты касательного к Γ вектора $\overline{s}$.

Лемма. *Индекс $\varkappa$ граничного условия (10) в классе $h(\zeta_1,\dots,\zeta_m)$, где $\zeta_1,\dots,\zeta_m$ — произвольно отмеченные точки контура Γ, вычисляется по формуле*

$$\varkappa=n-m+n^{(1)}-n^{(3)}-2n^{(4)}-4, \tag{11}$$

где $n^{(k)}$ — число угловых точек k-го типа.

$\lhd$ Как и в случае граничного условия (5), вычислим индекс граничного условия (10) в классе $h(\zeta_1, \ldots, \zeta_n)$. Обозначим угловую точку c_j k-типа через $c_j^{(k)}$, соответствующую величину ν_j — через $\nu_j^{(k)}$, число точек $c_j^{(k)}$ — через $n^{(k)}$. При этом точкам $c_j^{(k)}$ края L соответствуют точки $\zeta_j^{(k)}$ с внутренними углами $\theta_j^{(k)}\pi$ $(1 \leqslant j \leqslant n,\ 1 \leqslant k \leqslant 4)$. Так как сопряженно изометрическая система координат сопряженные направления на поверхности S переводит в ортогональные на плоскости (u^1, u^2) (см. [1]), то в точках $\zeta_j^{(k)}$ выполняются неравенства

$$0 < \theta_j^{(1)} < \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} < \theta_j^{(2)} < 1, \quad 1 < \theta_j^{(3)} < \frac{3}{2}, \quad \frac{3}{2} < \theta_j < 2.$$

Рассмотрим теперь кусочно непрерывное поле $\overline{s} = (s^1, s^2)$ касательных к Γ векторов; очевидно, $\overline{s} \in \mathcal{L}_{r,q}$, где $r = n^{(1)} + n^{(2)}$, $q = n^{(3)} + n^{(4)}$, причем в точках $\zeta_j^{(k)}$ для величин $\varphi_j^{(k)}$, определяемых полем $\overline{s}$, выполняются неравенства

$$\frac{\pi}{2} < \varphi_i^{(1)} < \pi, \quad 0 < \varphi_i^{(2)} < \frac{\pi}{2}; \quad -\frac{\pi}{2} < \varphi_i^{(3)} < 0; \quad -\pi < \varphi_i^{(4)} < -\frac{\pi}{2}, \tag{12}$$

$(1 \leqslant i \leqslant 4)$. Для вычисления значения $\varkappa$ граничного условия (10) повторим процедуру вычисления $\varkappa$ граничного условия (5). Если $\Lambda(\zeta) = \frac{\lambda(\zeta)}{\overline{\lambda(\zeta)}}$, то, вводя обозначение $\Delta_{\Gamma_j} \arg \frac{d\zeta}{ds}$ $(j = 1, \ldots, n)$, $\beta = \arg \frac{d\zeta}{ds}\Big|_{\zeta_1+0}$ и выбирая $\Delta_{\zeta_j} \arg \frac{d\zeta}{ds} = \varphi_j$ $(j = 2, \ldots, n)$, в силу (9) получаем:

$$\Delta_{\zeta_1} \arg \Lambda_1(\zeta) = 4(\pi - \varphi_1), \quad \Delta_{\zeta_j} \arg \Lambda_1(\zeta) = -4\varphi_j \quad (j = 2, \ldots, n).$$

Тогда в силу (6) в классе $h(\zeta_1, \ldots, \zeta_n)$

$$\varkappa = \sum_{j=2}^{n} \left[\frac{2\varphi_j}{\pi}\right] + \left[\frac{2\varphi_1}{\pi} - 4\right],$$

откуда на основании (12) получаем (11) при $m = n$. Для завершения доказательства осталось повторить указанную процедуру, выбрав за начало обхода контура Γ вместо точки ζ_1 любую точку гладкости. При этом формула (11) есть очевидное следствие формулы (6) и доказанного частного случая $(m = n)$ формулы (11). $\rhd$

Теорема (основной результат) есть следствие леммы и результатов (см. [4]) о разрешимости задачи Римана — Гильберта для обобщенных аналитических функций (по И. Н. Векуа) с разрывным граничным условием.

Литература

1. *Векуа И. Н.* Обобщенные аналитические функции.—М.: Физматгиз, 1959.
2. *Тюриков Е. В.* Краевые задачи теории б.м. изгибаний поверхностей // Мат. сб.—1977, № 3 (7).—С. 445–462.
3. *Мусхелишвили Н. И.* Сингулярные интегральные уравнения.—М.: Физматгиз, 1968.
4. *Тюриков Е. В.* Краевая задача Гильберта для обобщенных аналитических функций с разрывным коэффициентом в граничном условии // Изв. Сев.-Кав. научн. центра высш. шк. Естеств. науки.—1975, № 4.—С. 104–105.

Статья поступила 6 ноября 2004 г.

Тюриков Евгений Владимирович
г. Ростов-на-Дону, Ростовский государственный университет
E-mail: `tjorikov@newmail.ru`