

УДК 512.542

О КОНЕЧНЫХ ГРУППАХ С НЕКОТОРЫМИ СУБНОРМАЛЬНЫМИ ПОДГРУППАМИ ШМИДТА

В. Н. Княгина, В. С. Монахов

Аннотация: Исследуются конечные группы, у которых некоторые подгруппы Шмидта (минимальные ненильпотентные подгруппы) субнормальны.

Ключевые слова: конечная группа, субнормальная подгруппа, подгруппа Шмидта, ранг разрешимой группы.

В статье рассматриваются только конечные группы. Все определения и обозначения стандартны, их можно найти в [1, 2]. *Группой Шмидта* называют ненильпотентную группу, все собственные подгруппы которой нильпотентны. Изучение таких групп началось с работы О. Ю. Шмидта [3]. Обзор результатов о группах Шмидта и перспективы их приложений в теории групп содержится в статье Л. А. Шеметкова [4]. После выхода этой статьи В. Д. Мазуров, С. А. Сыскин и А. Х. Журтов [5, 6] установили новые свойства групп Шмидта. Подробный обзор результатов о свойствах групп Шмидта, существовании подгрупп Шмидта в конечных группах и их приложениях в теории классов конечных групп приведен в статье В. С. Монахова [7].

В настоящей заметке исследуются группы с некоторыми субнормальными подгруппами Шмидта. Доказывается следующая

Теорема. (1) Пусть в группе G все p -нильпотентные pd -подгруппы Шмидта субнормальны. При $p > 2$ дополнительно предположим, что группа G p -разрешима. Тогда $G/O_{p'}(F(G))$ p -замкнута. В частности, $l_p(G) \leq 1$.

(2) Если в группе G все p -замкнутые pd -подгруппы Шмидта субнормальны, то $G/O_p(G)$ p -нильпотентна. В частности, группа G p -разрешима, и $l_p(G) \leq 2$.

(3) Если в группе G все p -сверхразрешимые pd -подгруппы Шмидта субнормальны, то группа G p -разрешима, $l_p(G) \leq 1$ и фактор-группа $G/O_{p'}(F(G))$ p -замкнута.

(4) Если в группе G все pd -подгруппы Шмидта субнормальны, то фактор-группа $G/F(G)$ p -разложима.

(5) Если в группе G все подгруппы Шмидта субнормальны, то фактор-группа $G/F(G)$ абелева.

Напомним, что p -замкнутой называют группу с нормальной силовой p -подгруппой, а p -нильпотентной — группу порядка $p^a t$, p не делит t , с нормальной подгруппой порядка t . Группа, порядок которой делится на простое число p , называется pd -группой. Если p и q — простые числа, то группа порядка $p^a q^b$, где a и b — неотрицательные целые числа, называется $\{p, q\}$ -группой.

Работа второго автора выполнена при поддержке Белорусского фонда фундаментальных исследований (код проекта N Ф03-110).

Ранг разрешимой группы определен в монографии [2, с. 685]. Если H — подгруппа группы G , то $H^G = \langle H^x \mid x \in G \rangle$ — наименьшая нормальная подгруппа группы G , содержащая подгруппу H . Через $\pi(G)$ обозначается множество простых делителей порядка группы G , а $F(G)$ — подгруппа Фиттинга группы G . Как обычно, $O_p(X)$ и $O_{p'}(X)$ — наибольшие нормальные p - и p' -подгруппы соответственно, а $O(X)$ — наибольшая нормальная подгруппа нечетного порядка группы X .

Для доказательства теоремы нам потребуются следующие леммы.

Лемма 1. Пусть H — субнормальная подгруппа группы G и p — простое число.

- (1) Если H p -замкнута, то H^G p -замкнута и $\pi(H^G) = \pi(H)$.
- (2) Если H p -нильпотентна, то H^G p -нильпотентна и $\pi(H^G) = \pi(H)$.

Доказательство. (1) Пусть \mathfrak{H} — класс всех p -замкнутых групп. Легко проверить, что \mathfrak{H} — радикальный класс. По следствию 7.7.1 из [1] \mathfrak{H} -радикал $G_{\mathfrak{H}}$ содержит все субнормальные \mathfrak{H} -подгруппы группы G . Поэтому $H^G \subseteq G_{\mathfrak{H}}$ и H^G — p -замкнутая подгруппа. По следствию 7.7.2(1) из [1] $H^G \subseteq O_{\pi(H)}(G)$. Поэтому $\pi(H^G) = \pi(H)$.

- (2) См. следствие 7.7.2(1-3) в [1].

Следуя [8], группу Шмидта с нормальной силовской p -подгруппой и ненормальной циклической силовской q -подгруппой будем называть $S_{(p,q)}$ -группой. Для $S_{(p,q)}$ -группы будем использовать запись $[P]Q$, где P — нормальная силовская p -подгруппа, а Q — циклическая ненормальная силовская q -подгруппа.

Лемма 2. Если K и D — подгруппы группы G , подгруппа D нормальна в K и K/D — $S_{(p,q)}$ -подгруппа, то минимальное добавление L к подгруппе D в K обладает следующими свойствами:

- (1) L — p -замкнутая $\{p, q\}$ -подгруппа;
- (2) все собственные нормальные подгруппы в L nilьпотентны;
- (3) L содержит $S_{(p,q)}$ -подгруппу $[P]Q$ такую, что Q не содержится в D и $L = ([P]Q)^L = Q^L$.

Доказательство. (1) Пусть L — минимальное добавление к подгруппе D в группе K , т. е. наименьшая подгруппа в K такая, что $K = LD$. По лемме 11.1 в [1] $L \cap D \subseteq \Phi(L)$. Так как $K/D \simeq L/L \cap D$ — p -замкнутая группа и $L \cap D \subseteq \Phi(L)$, то по лемме 4.4.1 из [1] подгруппа L p -замкнута. Кроме того, по лемме 11.2 из [1] $\pi(L) = \pi(K/D) = \{p, q\}$.

(2) Пусть F — собственная нормальная подгруппа группы L . Тогда FD — собственная подгруппа группы K , поэтому $FD/D \simeq F/F \cap D$ nilьпотентна. Так как $F \cap D \subseteq \Phi(L)$, то по лемме 4.4.1 из [1] подгруппа F nilьпотентна.

(3) Ясно, что L не q -замкнута и по лемме 1.5 из [8] содержит $S_{(p,q)}$ -подгруппу Шмидта $[P]Q$. Так как $[P]Q$ не содержится в D , то $[P]Q \cap D$ — собственная нормальная подгруппа в $[P]Q$, поэтому Q не содержится в D . Поскольку Q^L — нормальная подгруппа в L , то Q^L nilьпотентна или $Q^L = L$. Если Q^L nilьпотентна, то $Q \leq Q^L \cap [P]Q$ и $Q \triangleleft [P]Q$; противоречие. Остается случай, когда $Q^L = L$. Так как $L = Q^L \subseteq [P]Q^L$, то $L = ([P]Q)^L = Q^L$.

ПРИМЕР 1. Пусть K — диэдральная группа порядка $2p^2$, где p — нечетное простое число и D — подгруппа порядка p из K . Тогда $D \triangleleft K$ и K/D является $S_{(p,2)}$ -подгруппой. Минимальное добавление L к подгруппе D совпадает с K и не является $S_{(p,2)}$ -подгруппой. Поэтому в лемме 2 подгруппа L может и не быть подгруппой Шмидта.

Лемма 3 [1, теорема 7.5]. Подгруппа, порожденная субнормальными подгруппами, субнормальна.

Лемма 4. Пусть p и q — различные простые числа и в группе G все $S_{\langle p,q \rangle}$ -подгруппы субнормальны. Если N — нормальная подгруппа группы G , то в фактор-группе G/N все $S_{\langle p,q \rangle}$ -подгруппы субнормальны.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть S/N — $S_{\langle p,q \rangle}$ -подгруппа группы G/N и L — минимальная подгруппа из S такая, что $S = LN$. По лемме 2 в L имеется $S_{\langle p,q \rangle}$ -подгруппа A такая, что $A^L = L$. По условию подгруппа A субнормальна в G , а по лемме 3 подгруппа L субнормальна в G . Теперь $S = LN$ субнормальна в G , а значит, и S/N — субнормальная подгруппа фактор-группы G/N .

Лемма 5. Пусть p и q — различные простые числа и в группе G все $S_{\langle p,q \rangle}$ -подгруппы субнормальны. Тогда в фактор-группе $G/O_p(G)$ нет $S_{\langle p,q \rangle}$ -подгрупп.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Допустим противное, т. е. предположим, что $S/O_p(G)$ — $S_{\langle p,q \rangle}$ -подгруппа фактор-группы $G/O_p(G)$. Пусть L — минимальная подгруппа в S такая, что $S = LO_p(G)$. По лемме 2 в подгруппе L существует $S_{\langle p,q \rangle}$ -подгруппа $[P]Q$ такая, что $(PQ)^L = L$. По условию леммы подгруппа PQ субнормальна в G , а по лемме 3 подгруппа L субнормальна в G . Но L — p -замкнутая подгруппа по лемме 2, поэтому ее силовская p -подгруппа T субнормальна в G . По лемме 1 нормальная оболочка T^G содержится в $O_p(G)$ и $S/O_p(G)$ становится q -группой; противоречие. Лемма доказана.

Лемма 6. (1) Если в группе G нет p -замкнутых подгрупп Шмидта, то G p -нильпотентна.

(2) Любая группа либо 2-замкнута, либо в ней существует 2-нильпотентная $2d$ -подгруппа Шмидта.

(3) Если в p -разрешимой группе G нет p -нильпотентных pd -подгрупп Шмидта, то G p -замкнута.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. (1) См. лемму 1.5 в [8].

(2) См. следствие 3.1.1 в [8].

(3) В p -разрешимой группе G существуют $\{p, q\}$ -холловы подгруппы $G_{\{p,q\}}$ для каждого простого числа $q \in \pi(G) \setminus \{p\}$, теорема D5 из [9]. По условию леммы в $G_{\{p,q\}}$ нет q -замкнутых подгрупп Шмидта, поэтому по (1) подгруппа $G_{\{p,q\}}$ q -нильпотентна, а значит, p -замкнута. Теперь в группе G все бипримарные холловы подгруппы p -замкнуты. Следовательно, и вся группа G p -замкнута.

Лемма 7. Если группа G не имеет p -сверхразрешимых pd -подгрупп Шмидта, то G является p -замкнутой группой.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Если $p = 2$, то по лемме 6(2) в не 2-замкнутой группе существует 2-нильпотентная $2d$ -подгруппа Шмидта, которая будет 2-сверхразрешимой. При $p > 2$ утверждение с помощью классификации конечных простых групп доказано в [10].

При доказательстве теоремы будем использовать методы теории формаций [1]. Напомним, что *формацией* называется непустой класс групп, замкнутый относительно фактор-групп и конечных подпрямых произведений. Формация \mathfrak{X} называется *насыщенной*, если из условия $G/N \in \mathfrak{X}$, $N \leq \Phi(G)$, всегда следует, что $G \in \mathfrak{X}$. Пусть \mathfrak{F} — формация и G — группа. Пересечение всех нормальных подгрупп группы G , фактор-группы по которым принадлежат \mathfrak{F} , обозначается через $G^{\mathfrak{F}}$ и называется \mathfrak{F} -кордикалом группы G (см. [1, 11]). Произведением формаций \mathfrak{X} и \mathfrak{Y} называется класс $\mathfrak{X}\mathfrak{Y} = \{ G \mid G^{\mathfrak{Y}} \in \mathfrak{X} \}$, состоящий

из всех групп G , у которых \mathfrak{N} -корадикал принадлежит \mathfrak{X} . Через \mathfrak{A} и \mathfrak{N} обозначаются формации всех абелевых и нильпотентных групп соответственно.

Лемма 8 [11, теоремы VII.4, VII.5]. *Если \mathfrak{F} — насыщенная формация, $\mathfrak{N} \subseteq \mathfrak{F}$ и \mathfrak{H} — формация, то $\mathfrak{F}\mathfrak{H}$ — насыщенная формация.*

Напомним, что $A_G = \bigcap_{x \in G} A^x$ — ядро подгруппы A в группе G . Если в группе G имеется максимальная подгруппа M с единичным ядром $M_G = 1$, то группу G называют *примитивной*, а подгруппу M — ее *примитиватором*, см. [11]. Свойства примитивных разрешимых групп хорошо известны (см., например, [11, теорема I.8; 2, теорема II.3.2]).

Лемма 9. *Пусть \mathfrak{F} — насыщенная формация и G — разрешимая группа. Предположим, что G не принадлежит \mathfrak{F} , но $G/N \in \mathfrak{F}$ для всех неединичных нормальных подгрупп N группы G . Тогда G — примитивная группа.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Утверждение легко выводится из соответствующих определений.

Через $r(G)$ обозначается ранг разрешимой группы G (см. [2, с. 685]).

Лемма 10. *Пусть p и q — различные простые числа и m — показатель числа p по модулю q . Тогда любая $S_{(p,q)}$ -группа имеет ранг m .*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Еще О. Ю. Шмидт доказал, что главные факторы любой $S_{(p,q)}$ -группы имеют порядки p^m , q , а для групп с неабелевой силовской p -подгруппой существуют еще главные факторы порядка p [3]. Поэтому любая $S_{(p,q)}$ -группа имеет ранг m .

Лемма 11. *Пусть \mathbb{A} — некоторое множество натуральных чисел. Если в группе G каждая подгруппа Шмидта ранга, принадлежащего множеству \mathbb{A} , субнормальна, то в фактор-группе $G/F(G)$ каждая подгруппа Шмидта имеет ранг, не принадлежащий множеству \mathbb{A} .*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Предположим противное, т. е. допустим, что в фактор-группе $G/F(G)$ имеется $S_{(p,q)}$ -подгруппа $K/F(G)$ ранга m и $m \in \mathbb{A}$. По лемме 10 число m совпадает с показателем числа p по модулю q . По лемме 2 в минимальном добавлении L к $F(G)$ в K существует $S_{(p,q)}$ -подгруппа $[P]Q$ такая, что $(PQ)^L = L$. Так как $[P]Q$ имеет ранг $m \in \mathbb{A}$, то по условию леммы подгруппа PQ субнормальна в G . По лемме 3 подгруппа L субнормальна в G . Но L — p -замкнутая подгруппа по лемме 2, поэтому ее силовская p -подгруппа L_p содержится в $F(G)$ по лемме 1. Но теперь $K/F(G)$ становится q -группой; противоречие. Поэтому допущение неверно и в $G/F(G)$ нет подгрупп Шмидта ранга, принадлежащего \mathbb{A} .

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ. (1) Пусть $K = O_{p'}(F(G))$ — p' -холлова подгруппа из подгруппы Фиттинга группы G . Если в группе G нет p -нильпотентных pd -подгрупп Шмидта, то по лемме 6 группа G p -замкнута. Пусть S — $S_{(q,p)}$ -подгруппа группы G , где $q \in \pi(G) \setminus \{p\}$. По условию подгруппа S субнормальна в G , поэтому ее силовская q -подгруппа Q также субнормальна в G . По лемме 1 $Q \subseteq O_q(G) \subseteq K$. Теперь по лемме 5 в фактор-группе G/K нет p -нильпотентных pd -подгрупп Шмидта. По лемме 6 фактор-группа G/K p -замкнута. Ясно, что $l_p(G) \leq 1$.

(2) Если в группе G нет p -замкнутых pd -подгрупп Шмидта, то G p -нильпотентна по лемме 6. Пусть S — $S_{(p,q)}$ -подгруппа группы G , где $q \in \pi(G) \setminus \{p\}$. По условию подгруппа S субнормальна в G , поэтому ее силовская p -подгруппа

P также субнормальна в G . По лемме 5 в фактор-группе $G/O_p(G)$ нет p -замкнутых pd -подгрупп Шмидта, поэтому $G/O_p(G)$ p -нильпотентна по лемме 6. Ясно, что $l_p(G) \leq 2$.

(3) Если в группе G нет p -сверхразрешимых pd -подгрупп Шмидта, то по лемме 7 группа G p -замкнута. Пусть в группе G есть p -сверхразрешимая pd -подгруппа Шмидта H . По лемме 1 подгруппа H^G бипримарна. Обозначим через K произведение нормальных оболочек всех p -сверхразрешимых pd -подгрупп Шмидта группы G . Ясно, что K — нормальная разрешимая подгруппа группы G .

Предположим, что фактор-группа G/K не p -замкнута. Тогда по лемме 7 в G/K существует p -сверхразрешимая $\{p, q\}$ -подгруппа Шмидта A/K . Если A/K p -замкнута, то по лемме 10 число q делит $p-1$, а по лемме 2 в минимальном добавлении L к подгруппе K в группе A существует p -замкнутая $\{p, q\}$ -подгруппа Шмидта $[P]Q$ такая, что $([P]Q)^L = L$. По лемме 10 $[P]Q$ p -сверхразрешима и $[P]Q \leq K$. Поэтому $L = ([P]Q)^L \leq K^L = K$; противоречие. Пусть A/K — p -нильпотентная подгруппа Шмидта. Тогда по лемме 2 в минимальном добавлении L к подгруппе K в группе A существует p -нильпотентная $\{p, q\}$ -подгруппа Шмидта $[Q]P$ такая, что $L = ([Q]P)^L \leq K^L = K$. Так как подгруппа $[Q]P$ p -сверхразрешима, опять пришли к противоречию. Значит, фактор-группа G/K p -замкнута. Поэтому группа G p -разрешима и применимо утверждение (1) теоремы.

Ясно, что каждая p -нильпотентная pd -подгруппа Шмидта является p -сверхразрешимой. Если в группе G нет p -нильпотентных pd -подгрупп Шмидта, то по лемме 6(3) группа G p -замкнута. Если в группе G есть p -нильпотентная pd -подгруппа Шмидта, то по условию она субнормальна и по п. (1) теоремы фактор-группа $G/O_{p'}(F(G))$ p -замкнута и $l_p(G) \leq 1$.

(4) Пусть в группе G все pd -подгруппы Шмидта субнормальны. Если в группе G нет p -замкнутых pd -подгрупп Шмидта, то G p -нильпотентна. Если они есть, то по (2) группа $G/O_p(G)$ p -нильпотентна. Итак, в любом случае $G/O_p(G)$ p -нильпотентна. В частности, группа G p -разрешима. Теперь из (1) следует, что фактор-группа $G/O_{p'}(F(G))$ p -замкнута, а из (2) — что $G/O_p(G)$ p -нильпотентна. Поэтому $G/F(G)$ p -разложима.

(5) Из (4) вытекает, что $G/F(G)$ p -разложима для всех p , поэтому $G/F(G)$ нильпотентна. Используя индукцию по порядку группы G , покажем, что $G \in \mathfrak{NA}$. По лемме 8 произведение \mathfrak{NA} является насыщенной формацией. Если $N \triangleleft G$, то по лемме 4 в фактор-группе G/N все подгруппы Шмидта субнормальны. По индукции имеем $G/N \in \mathfrak{NA}$ для всех $N \triangleleft G$, $N \neq E$. По лемме 9 G — примитивная группа. По свойствам примитивных разрешимых групп [11, теорема I.8; 2, теорема II.3.2] подгруппа Фиттинга $P = F(G)$ — минимальная нормальная подгруппа группы G , $P = C_G(P)$, $G = [P]M$ и $O_p(M) = 1$, где $|P| = p^n$. Так как M нильпотентна, то M является p' -группой и P — силовская подгруппа в G . Если H — собственная подгруппа из M , то $PH \neq G$ и по индукции $PH \in \mathfrak{NA}$. Из того, что $C_G(P) = P$, следует, что $P = F(PH)$, поэтому $H \in \mathfrak{A}$. Таким образом, все собственные в M подгруппы абелевы. Если M абелева, то утверждение доказано. Если M неабелева, то M является минимальной неабелевой группой, а поскольку M нильпотентна, то M является q -группой для некоторого простого $q \neq p$ и строение M известно (см. [2, с. 309]).

Предположим, что Q — подгруппа простого порядка из M . Если Q действует приводимо на P , то по теореме Машке [2, теорема I.17.6] существуют

две минимальные нормальные подгруппы P_1 и P_2 в группе PQ . Ясно, что произведение P_iQ является подгруппой Шмидта. По условию подгруппа P_iQ субнормальна в группе G , поэтому пересечение $P_1Q \cap P_2Q = Q$ также является субнормальной подгруппой группы G . Но теперь по лемме 1 $Q \leq O_q(G)$; противоречие. Следовательно, все подгруппы из M действуют неприводимо на P . По лемме 4.1 из [1] все собственные подгруппы в M циклические. Ввиду того, что M — нильпотентная минимальная неабелева группа, из теоремы [2, с. 309] получаем, что M — группа кватернионов. Значит, $q = 2$, и по свойствам группы Шмидта PQ получаем, что $|P| = p$. Но теперь G/P — циклическая группа порядка, делящего $p - 1$, и M циклическая. Теорема доказана полностью.

ПРИМЕР 2. В группе $X = ([Z_5]Z_2^{(1)}) \times ([Z_3]Z_2^{(2)})$ все подгруппы Шмидта субнормальны, но $X/F(X)$ нециклическая. В группе $Y = [Z_5]Z_4$, $C_Y(Z_5) = Z_5$, все подгруппы Шмидта субнормальны, но $Y/F(Y)$ не элементарная абелева. Здесь Z_k — циклическая группа порядка k . Поэтому в п. (5) теоремы силовские подгруппы фактор-группы $G/F(G)$ могут быть нециклическими и не элементарными абелевыми.

ПРИМЕР 3. В простой группе $SL(2, 2^n)$ нет 3-нильпотентных $3d$ -подгрупп Шмидта, а в группе $PSL(2, p)$, $p \geq 5$, нет p -нильпотентных pd -подгрупп Шмидта. Поэтому условие p -разрешимости группы G в п. (1) теоремы отбросить нельзя.

Следствие 1. Пусть m — натуральное число и в группе G все $2d$ -подгруппы Шмидта ранга $\neq m$ субнормальны. Тогда

- (1) если $m = 1$, то $G/O_2(G)$ 2-нильпотентна;
- (2) если $m \neq 1$, то $G/O(F(G))$ 2-замкнута.

В частности, в любом случае группа G разрешима и $l_2(G) \leq 2$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. (1) Пусть $m = 1$. По лемме 10 каждая $2d$ -подгруппа Шмидта ранга $\neq 1$ является 2-замкнутой. По п. (2) доказанной теоремы фактор-группа $G/O_2(G)$ 2-нильпотентна.

(2) Пусть $m > 1$. По условию доказываемого следствия все $2d$ -подгруппы Шмидта ранга 1 субнормальны. По лемме 10 каждая $2d$ -подгруппа Шмидта ранга 1 является 2-нильпотентной. По п. (1) доказанной теоремы фактор-группа $G/O(F(G))$ 2-замкнута. В частности, в любом случае группа G разрешима, и $l_2(G) \leq 2$.

Следствие 2. Если в группе G все подгруппы Шмидта ранга $\neq 1$ субнормальны, то $G/F(G)$ дисперсивна по Оре.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. По лемме 11 в фактор-группе $G/F(G)$ нет подгрупп Шмидта ранга > 1 , т. е. все подгруппы Шмидта сверхразрешимы. Такие группы дисперсивны по Оре в силу теоремы из [12].

В заключение отметим, что лемма 11 и результаты работ [13, 14] позволяют также установить свойства группы, в которой все подгруппы Шмидта ранга $\neq 2$ или $\neq 3$ субнормальны. В частности, такие группы будут разрешимыми.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шеметков Л. А. Формации конечных групп. М.: Наука, 1978.
2. Huppert B. Endliche Gruppen. I. Berlin; Heidelberg; New York: Springer-Verl., 1967.
3. Шмидт О. Ю. Группы, все подгруппы которых специальные // Мат. сб. 1924. Т. 31. С. 366–372.

4. Шеметков Л. А. О. Ю. Шмидт и конечные группы // Укр. мат. журн. 1971. Т. 23, № 5. С. 585–590.
5. Мазуров В. Д., Сыскин С. А. О конечных группах со специальными силовскими 2-подгруппами // Мат. заметки. 1973. Т. 14. С. 217–222.
6. Журтов А. Х., Сыскин С. А. О группах Шмидта // Сиб. мат. журн. 1987. Т. 26. С. 74–78.
7. Монахов В. С. Подгруппы Шмидта, их существование и некоторые приложения // Тр. Укр. мат. конгресса. 2001. Киев, 2002. Секция 1. С. 81–90.
8. Монахов В. С. О подгруппах Шмидта конечных групп // Вопросы алгебры. 1998. Т. 13. С. 153–171.
9. Hall P. Theorems like Sylow's // Proc. London Math. Soc. 1956. V. 6, N 3. P. 286–304.
10. Голубева О. В. К теореме С. А. Чунихина // Изв. Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. 2000. № 3. Вопросы алгебры-16. С. 195–198.
11. Gaschutz W. Lectures of subgroups of Sylow type in finite soluble groups. Canberra: Australian National Univ., 1979. (Notes Pure Math.; 11).
12. Монахов В. С. О конечных группах с заданным набором подгрупп Шмидта // Мат. заметки. 1995. Т. 58, № 5. С. 717–722.
13. Максимов С. Л. О конечных группах с подгруппами Шмидта ранга 3 // Изв. Гомельского гос. ун-та им. Ф. Скорины. 2001. № 3. Вопросы алгебры-17. С. 186–190.
14. Максимов С. Л. О конечных группах с подгруппами Шмидта ранга 2 // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-матэм. навук. 2002. № 2. С. 38–41.

Статья поступила 29 апреля 2004 г.

*Княгина Виктория Николаевна, Монахов Виктор Степанович
Гомельский университет им. Ф. Скорины,
ул. Советская, 104. Гомель 246019, Беларусь
knyagina@gsu.unibel.by, monakhov@gsu.unibel.by*