Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux **20** (2008), 431–464

Partitions sans petites parts (II)

par Élie MOSAKI

Résumé. On désigne par $r(n,m)$ le nombre de partitions de l'entier n en parts supérieures ou égales à m, et $R(n,m) = r(n-m,m)$ le nombre de partitions de n de plus petite part m. Dans un précédent article (voir [**?**]) un développement asymptotique de $r(n,m)$ est obtenu uniformément pour $1 \le m = O(\sqrt{n})$; on complète ce développement uniformément pour $1 \le m = (n \log^{-3} n)$. Afin de prolonger les résultats jusqu'à $m \le n$, on donne un encadrement de $r(n,m)$ valable pour $n^{2/3} \le m \le n$ en utilisant la relation $r(n,m) = \sum_{t=1}^{\lfloor n/m \rfloor} P(n-(m-1)t,t)$ où $P(i,t)$ désigne le nombre de partitions de i en exactement t parts. On donne aussi une preuve combinatoire élémentaire de la décroissance en m, $m \le n-1$, de $R(n,m)$.

Abstract. Let $r(n,m)$ denote the number of partitions of n into parts, each of which is at least m, and $R(n,m) = r(n-m,m)$ the number of partitions of n with smallest part m. In a precedent paper (see [**?**]) the asymptotics for $r(n,m)$ is obtained uniformly for $1 \le m = O(\sqrt{n})$; we complete this asymptotics uniformly for $1 \le m = (n \log^{-3} n)$. To prolong the results until $m \le n$, we give an estimate for $r(n,m)$ which holds for $n^{2/3} \le m \le n$, by use of the relation $r(n,m) = \sum_{t=1}^{\lfloor n/m \rfloor} P(n-(m-1)t,t)$, $P(i,t)$ denoting the number of partitions of i into exactly t parts. We also give an elementary combinatorial proof for the decrease of $R(n,m)$ in terms of m, $m \le n-1$.

Élie Mosaki
Université de Lyon ;
Université Lyon 1 ;
INSA de Lyon F-69621 ;
Ecole Centrale de Lyon ;
CNRS, UMR 5208, Institut Camille Jordan,
43 blvd du 11 novembre,
F-69622 Villeurbanne-Cedex, France
E-mail : mosaki@math.univ-lyon1.fr

Manuscrit reçu le 18 juillet 2005.