

Extensions of the Bloch–Pólya theorem on the number of real zeros of polynomials

par TAMÁS ERDÉLYI

RÉSUMÉ. Nous prouvons qu'il existe des constantes absolues $c_1 > 0$ et $c_2 > 0$ telles que pour tout

$$\{a_0, a_1, \dots, a_n\} \subset [1, M], \quad 1 \leq M \leq \exp(c_1 n^{1/4}),$$

il existe

$$b_0, b_1, \dots, b_n \in \{-1, 0, 1\}$$

tels que

$$P(z) = \sum_{j=0}^n b_j a_j z^j$$

a au moins $c_2 n^{1/4}$ changements de signe distincts dans $]0, 1[$. Cela améliore et étend des résultats antérieurs de Bloch et Pólya.

ABSTRACT. We prove that there are absolute constants $c_1 > 0$ and $c_2 > 0$ such that for every

$$\{a_0, a_1, \dots, a_n\} \subset [1, M], \quad 1 \leq M \leq \exp(c_1 n^{1/4}),$$

there are

$$b_0, b_1, \dots, b_n \in \{-1, 0, 1\}$$

such that

$$P(z) = \sum_{j=0}^n b_j a_j z^j$$

has at least $c_2 n^{1/4}$ distinct sign changes in $(0, 1)$. This improves and extends earlier results of Bloch and Pólya.

Tamás ERDÉLYI
Department of Mathematics
Texas A&M University
College Station, Texas 77843
E-mail : terdelyi@math.tamu.edu
URL: <http://www.math.tamu.edu/~tamas.erdelyi>