

Unipotent vector bundles and higher-order non-holomorphic Eisenstein series

par JAY JORGENSON et CORMAC O’SULLIVAN

RÉSUMÉ. Les séries d’Eisenstein non-holomorphes d’ordre supérieur associées à un groupe Fuchsien Γ sont définies en tordant le développement des séries d’Eisenstein non-holomorphes classiques par des puissances des symboles modulaires. Leurs équations fonctionnelles contiennent des facteurs multiplicatifs et additifs, ce qui les différencie des séries d’Eisenstein classiques. Dans cet article, nous prouvons l’existence d’un prolongement méromorphe pour ces séries et établissons leurs équations fonctionnelles reliant les valeurs en s et $1 - s$. De plus, nous construisons des fibrés vectoriels de rang élevé \mathcal{V} pour certaines représentations unipotentes π de Γ et montrons que les séries d’Eisenstein non-holomorphes d’ordre supérieur peuvent être interprétées comme des composantes de certaines sections propres, \mathbb{E} , de \mathcal{V} . Avec ce point-de-vue, les équations fonctionnelles de ces séries d’ordre supérieur sont formellement identiques au cas classique. Allant plus loin, nous prouvons des bornes pour les coefficients de Fourier des séries d’Eisenstein non-holomorphes d’ordre supérieur.

ABSTRACT. Higher-order non-holomorphic Eisenstein series associated to a Fuchsian group Γ are defined by twisting the series expansion for classical non-holomorphic Eisenstein series by powers of modular symbols. Their functional identities include multiplicative and additive factors, making them distinct from classical Eisenstein series. In this article we prove the meromorphic continuation of these series and establish their functional equations which relate values at s and $1 - s$. In addition, we construct high rank vector bundles \mathcal{V} from certain unipotent representations π of Γ and show that higher-order non-holomorphic Eisenstein series can be viewed as components of certain eigensections, \mathbb{E} , of \mathcal{V} . With this viewpoint the functional identities of these higher-order series are formally identical to the classical case. Going further,

Manuscrit reçu le 9 juin 2007.

The first author was partially supported by PSC-CUNY Research Award No. 67280-00-36 and NSF Grant 05-03669.

The second author was partially supported by PSC-CUNY Research Award No. 67478-00-36 and PSC-CUNY Collaborative Award No. 80209-04 11.

we prove bounds on the Fourier coefficients of the higher-order non-holomorphic Eisenstein series.

Jay JORGENSON
Department of Mathematics
City College of New York
Convent Avenue at 138th Street
New York, NY 10031
E-mail : jjorgenson@mindspring.com

Cormac O'SULLIVAN
Department of Mathematics
Bronx Community College
University Avenue and West 181st Street
Bronx, NY 10453
E-mail : cormac12@juno.com