

Characterizations of groups generated by Kronecker sets

par ANDRÁS BIRÓ

RÉSUMÉ. Ces dernières années, depuis l'article [B-D-S], nous avons étudié la possibilité de caractériser les sous-groupes dénombrables du tore $T = \mathbf{R}/\mathbf{Z}$ par des sous-ensembles de \mathbf{Z} . Nous considérons ici de nouveaux types de sous-groupes: soit $K \subseteq T$ un ensemble de Kronecker (un ensemble compact sur lequel toute fonction continue $f : K \rightarrow T$ peut être approchée uniformément par des caractères de T) et G le groupe engendré par K . Nous prouvons (théorème 1) que G peut être caractérisé par un sous-ensemble de \mathbf{Z}^2 (au lieu d'un sous-ensemble de \mathbf{Z}). Si K est fini, le théorème 1 implique notre résultat antérieur de [B-S]. Nous montrons également (théorème 2) que si K est dénombrable alors G ne peut pas être caractérisé par un sous-ensemble de \mathbf{Z} (ou une suite d'entiers) au sens de [B-D-S].

ABSTRACT. In recent years, starting with the paper [B-D-S], we have investigated the possibility of characterizing countable subgroups of the torus $T = \mathbf{R}/\mathbf{Z}$ by subsets of \mathbf{Z} . Here we consider new types of subgroups: let $K \subseteq T$ be a Kronecker set (a compact set on which every continuous function $f : K \rightarrow T$ can be uniformly approximated by characters of T), and G the group generated by K . We prove (Theorem 1) that G can be characterized by a subset of \mathbf{Z}^2 (instead of a subset of \mathbf{Z}). If K is finite, Theorem 1 implies our earlier result in [B-S]. We also prove (Theorem 2) that if K is uncountable, then G cannot be characterized by a subset of \mathbf{Z} (or an integer sequence) in the sense of [B-D-S].

András BIRÓ
A. Rényi Institute of Mathematics
Hungarian Academy of Sciences
1053 Budapest, Reáltanoda u. 13-15., Hungary
E-mail : biroand@renyi.hu

Manuscrit reçu le 13 mai 2005.

Research partially supported by the Hungarian National Foundation for Scientific Research (OTKA) Grants No. T032236, T 042750, T043623 and T049693