

Sieve methods for varieties over finite fields and arithmetic schemes

par BJORN POONEN

RÉSUMÉ. Des méthodes du crible classiques en théorie analytique des nombres ont été récemment adaptées à un cadre géométrique. Dans ce nouveau cadre, les nombres premiers sont remplacés par les points fermés d'une variété algébrique sur un corps fini ou plus généralement un schéma de type fini sur \mathbb{Z} . Nous présentons la méthode et certains des résultats surprenants qui en découlent. Par exemple, la probabilité qu'une courbe plane sur \mathbb{F}_2 soit lisse est asymptotiquement $21/64$ quand son degré tend vers l'infini. La plus grande partie de cet article est une exposition des résultats de [1] et [2].

ABSTRACT. Classical sieve methods of analytic number theory have recently been adapted to a geometric setting. In the new setting, the primes are replaced by the closed points of a variety over a finite field or more generally of a scheme of finite type over \mathbb{Z} . We will present the method and some of the surprising results that have been proved using it. For instance, the probability that a plane curve over \mathbb{F}_2 is smooth is asymptotically $21/64$ as its degree tends to infinity. Much of this paper is an exposition of results in [1] and [2].

References

- [1] POONEN, BJORN, *Bertini theorems over finite fields*. *Annals of Math.* **160** (2004), no. 3, 1099–1127.
- [2] NGUYEN, NGHI HUU, *Whitney theorems and Lefschetz pencils over finite fields*. Ph.D. thesis, University of California at Berkeley (2005-05), iii+76.

Bjorn POONEN
Department of Mathematics
University of California
Berkeley, CA 94720-3840, USA
E-mail : poonen@math.berkeley.edu
URL : <http://math.berkeley.edu/~poonen>

Manuscrit reçu le 9 janvier 2006.

Mots clefs. Bertini theorem, finite field, Lefschetz pencil, squarefree integer, sieve.

This is an extension of a plenary lecture given at the 24th Journées Arithmétiques in Marseille, July 4–8, 2005. The research was supported by NSF grant DMS-0301280, a Packard Fellowship, and the Miller Institute for Basic Research in Science.