INFORMACIÓN INTERNACIONAL

La Esquina Olímpica

Rafael Sánchez Lamoneda

En esta oportunidad reseñaremos la actividad olímpica del segundo semestre del año 2006. Se destacan los siguientes eventos, la reunión anual del Canguro Matemático en Barcelona, España, a la cual asistimos los profesores Henry Martínez, José Nieto y Rafael Sánchez. La reunión se desarrolló entre los días 11 y 15 de Octubre en el Institut d'Estudis Catalans y contó con la presencia de representantes de 37 países. La Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas, OIM que se realizó en Guayaquil, Ecuador, del 23 al 30 de Septiembre. La delegación venezolana estuvo integrada por:

Andrés Guzmán. Caracas. Medalla de Bronce.

Sofía Taylor. Caracas. Mención Honorífica.

Rafael Guédez. Maracaibo. Mención Honorífica.

Gilberto Urdaneta. Maracaibo. Mención Honorífica.

Silvina María de Jesús. Tutor de delegación.UPEL-IPC.

Henry Martínez. Jefe de delegación. UPEL-IPC.

Finalmente el último evento del año fue la Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas Universitaria,OIMU, la cual se llevó a efecto el día 18 de Noviembre, a la misma fueron invitados a participar estudiantes de la UCV, USB, UPEL, LUZ, UC, ULA y UNIMET, aunque solo presentaron alumnos de las universidades UCV, USB y UC.

Como siempre finalizamos con algunos de los problemas de las competencias a las cuales asistimos. En esta oportunidad les mostramos los exámenes de la OIM 2006. Cada examen tiene una duración de cuatro horas y media y el valor de cada problema es de 7 puntos.

21ª Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas

Primer día

Guayaquil, 26 de Septiembre de 2006

Problema 1. En el triángulo escaleno ABC, con $\angle BAC = 90^o$, se consideran las circunferencias inscrita y circunscrita. La recta tangente en A a la circunferencia circunscrita corta a la recta BC en M. Sean S y R los puntos de tangencia de la circunferencia inscrita con los catetos AC y AB, respectivamente. La recta

RS corta a la recta BC en N. Las rectas AM y SR se cortan en U. Demuestre que el triángulo UMN es isósceles.

Problema 2. Se consideran n números reales $a_1, a_2, \ldots, a_n$, no necesariamente distintos. Sea d igual a la diferencia entre el mayor y el menor de ellos y sea $s = \sum_{i<j} |a_i - a_j|$. Demuestre que

$$(n-1)d \leq s \leq \frac{n^2 d}{4}$$

y determine las condiciones que deben cumplir estos n números para que se verifique cada una de las igualdades.

Problema 3. Los números $1, 2, 3, \ldots, n^2$ se colocan en las casillas de una cuadrícula de $n \times n$, en algún orden, un número por casilla. Una ficha se encuentra inicialmente en la casilla con el número n^2. En cada paso, la ficha puede avanzar a cualquiera de las casillas que comparten un lado con la casilla donde se encuentra. Primero, la ficha viaja a la casilla con el número 1, y para ello toma uno de los caminos más cortos (con menos pasos) entre la casilla con el número n^2 y la casilla con el número 1. Desde la casilla con el número 1 viaja a la casilla con el número 2, desde allí a la casilla con el número 3, y así sucesivamente, hasta que regresa a la casilla inicial, tomando en cada uno de sus viajes el camino más corto. El recorrido completo le toma a la ficha N pasos. Determine el menor y el mayor valor posible de N.

Segundo día

Guayaquil, 27 de Septiembre de 2006

Problema 4. Determine todas las parejas (a, b) de enteros positivos tales que $2a + 1$ y $2b - 1$ sean primos relativos y $a + b$ divida a $4ab + 1$.

Problema 5. Dada una circunferencia Γ, considere un cuadrilátero $ABCD$ con sus cuatro lados tangentes a Γ, con AD tangente a Γ en P y CD tangente a Γ en Q. Sean X e Y los puntos donde BD corta a Γ, y M el punto medio de XY. Demuestre que $\angle AMP = \angle CMQ$.

Problema 6. Sea $n > 1$ un entero impar. Sean P_0 y P_1 dos vértices consecutivos de un polígono regular de n lados. Para cada $k \geq 2$, se define P_k como el vértice del polígono dado que se encuentra en la mediatriz de P_{k-1} y P_{k-2}. Determine para qué valores de n la sucesión $P_0, P_1, P_2, \ldots$ recorre todos los vértices del polígono.

Escuela de Matemáticas
Universidad Central de Venezuela, Venezuela
rsanchez@euler.ciens.ucv.ve