INFORMACIÓN INTERNACIONAL

La Esquina Olímpica

Rafael Sánchez Lamoneda

La actividad olímpica avanza con paso seguro en el país. Sin lugar a dudas podemos comenzar con esta frase optimista la sección de La Esquina Olímpica de este número del Boletín de la AMV.

En principio reseñamos la V Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas Universitaria, V OIMU. En esta oportunidad se desarrolló bajo la responsabilidad de la Olimpiada Matemática Brasileña y la Sociedad Brasilera de Matemáticas. La prueba de la V OIMU se presentó el primer sábado de Noviembre de 2002 con la participación de estudiantes de varias universidades del país. En este evento nuestros estudiantes ganaron dos medallas de plata y dos de bronce. Los ganadores fueron:

David Seguí. Medalla de Plata. (USB)

Héctor Chang. Medalla de plata (USB)

Adolfo Rodríguez. Medalla de Bronce (UCV)

Alexis Prado. Medalla de Bronce (UCV)

Más información, así como los problemas de la competencia los pueden obtener consultando la página: **euler.ciens.ucv.ve/acm** .

Otra actividad importante de destacar es la realización por segundo año consecutivo del Concurso Canguro Matemático. En esta oportunidad lo ofrecimos en todos los niveles y participaron 10.400 jóvenes, de ocho ciudades del país, abarcando todos los niveles desde el tercer grado de Escuela Básica hasta el segundo año de Educación Media-Diversificada. La prueba del Canguro Matemático se utilizó también como el certamen preliminar de la X Olimpiada Recreativa de Matemáticas, competencia de promoción de las matemáticas que lleva dos años organizándose con el apoyo de la AMV y la Asociación Venezolana de Competencias Matemáticas, ACM, y que nos permite descubrir niños con talento para el estudio de las matemáticas y cuya escolaridad está comprendida entre 3º y 7º grado de Escuela Básica. De esta manera vamos conformando las generaciones de relevo que nos permitirán confeccionar los equipos que luego participarán en olimpiadas de matemáticas en el ámbito internacional. Junto a la ORM y el Canguro, en los meses de Mayo y Junio, hemos participado también en la IX Olimpiada Matemática de Mayo y la IV Olimpiada Bolivariana de Matemáticas. Para mayor información pueden consultar la página indicada arriba. Ahora estamos a la espera de conocer oficialmente los resultados sobre la actuación de nuestros muchachos en ambos eventos internacionales.

Siguiendo en el ámbito internacional, ya tenemos preparada la delegación que asistirá a la 44a Olimpiada Internacional de Matemáticas, en Tokio, del 7 al 19 de Julio y estamos en la etapa final de selección de los equipos que competirán en la XVIII Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas, en Mar del Plata, en Septiembre de 2003 y la V Olimpiada Matemática de Centroamérica y El Caribe, OMCC. Sobre este evento quisiera hacer un comentario adicional. La sede para este año nos había sido otorgada durante la realización de la IV OMCC, en Mérida-México el año pasado, pero nos vimos obligados a suspender el evento por razones de fuerza mayor. En vista de esto, el comité organizador de las Olimpiadas Matemáticas de Costa Rica, ofreció la posibilidad de organizar el evento en su país, con la asesoría de parte nuestra. Esto ofrece una nueva alternativa de organización de olimpiadas y permitirá el desarrollo de estos eventos en la región. La V OMCC se llevará a cabo en Costa Rica del 18 al 22 de Agosto.

Finalizamos con las pruebas de la Olimpiada Iberoamericana de Matemática Universitaria.

V OLIMPIADA IBEROAMERICANA DE MATEMATICA UNIVERSITARIA

9 DE NOVIEMBRE DE 2002

PROBLEMA 1. [4 puntos] Encuentre todos los enteros positivos n para los cuales existe un entero m tal que

$$m + \frac{1}{5} < \frac{(1+\sqrt{3}\,)^n}{\sqrt{3}} < m + \frac{4}{5}.$$

PROBLEMA 2. [5 puntos] Calcule el volumen del sólido en $\mathbf{R}^3$ descrito por

$$x^2 + 3y^2 + z^2 \leq 1,\ 3x^2 + y^2 + z^2 \leq 1.$$

PROBLEMA 3. [5 puntos] La velocidad en tierra de un avión es la velocidad escalar de su proyección radial en la Tierra (i.e., la intersección de la superficie de la Tierra con el segmento que une el centro de la Tierra al avión).

(a) [2 puntos] Suponiendo que la Tierra sea una esfera perfecta, pruebe que la velocidad en tierra es siempre menor o igual a la velocidad del avión.

(b) [3 puntos] Suponiendo que la Tierra sea un elipsoide de revolución, determine si la velocidad en tierra es siempre menor o igual a la velocidad del avión.

PROBLEMA 4. [6 puntos] Diga si existe una numeración $q_1, q_2, \dots, q_n, \dots$ de todos los racionales positivos para la cual exista el límite

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{q_n}.$$

PROBLEMA 5. [6 puntos] Pruebe que, para $n > 2$, no existen polinomios no constantes con coeficientes reales $p(x), q(x)$ y $r(x)$ coprimos dos a dos tales que

$$(p(x))^n + (q(x))^n = (r(x))^n.$$

PROBLEMA 6. [8 puntos] Dado un entero positivo n y un número real positivo ϵ, sea $f(n,\epsilon)$ el número máximo de elementos de un conjunto $X \subseteq \mathbf{R}^n$ tal que $|v| = 1$ para todo $v \in X$ y

$$v, v' \in X, v \neq v' \Rightarrow |\langle v, v'\rangle| < \epsilon.$$

Dado $\epsilon > 0$, diga si existe algún entero positivo k para el cual

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n,\epsilon)}{n^k} = 0.$$

Observación: $|\langle v, v'\rangle|$ denota el producto interno entre v y v'.

PROBLEMA 7. [9 puntos] Pruebe que existen funciones continuas $a_1, a_2, a_3, \dots :$ $[0,1] \to (0, +\infty)$ tales que

(i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n(t) < +\infty, \ \forall\, t \in [0,1].$

(ii) Para toda sucesión (b_n) de términos positivos con $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} b_n < +\infty$ existe $t \in [0,1]$ tal que

$$\lim_{n\to\infty} \frac{b_n}{a_n(t)} = 0.$$

Escuela de Matemáticas
Universidad Central de Venezuela,
Venezuela
rsanchez@euler.ciens.ucv.ve