
Zbl 135.10202**Erdős, Pál; Volkmann, B.***Additive Gruppen mit vorgegebener Hausdorffscher Dimension.**Additive groups with prescribed Hausdorff dimension.* (In German)**J. Reine Angew. Math.** **221**, 203-208 (1966). [0075-4102]

Die Verf. untersuchen die folgenden beiden Fragen: 1. Gibt es zu einer vorgegebenen Zahl α ($0 < \alpha < 1$) immer eine (additive) Gruppe reeller Zahlen, deren Hausdorffsche Dimension gleich α ist? 2. Sei H eine additive Gruppe reeller Zahlen mit $\dim H = 1$. Besitzt H zu vorgegebenem α ($0 < \alpha < 1$) eine Untergruppe U mit $\dim U = \alpha$? Die Frage 1, die für reelle Zahlkörper statt Gruppen nach wie vor ungelöst ist, wird durch Konstruktion von Beispielen positiv beantwortet und in folgender Weise verallgemeinert: Ist F eine Schar von Maßfunktionen mit gewissen Eigenschaften und n eine natürliche Zahl, dann gibt es immer Untergruppen U des n -dimensionalen reellen Raumes, deren Dimension bezüglich F einen vorgegebenen n -dimensionalen reellen Raum, deren Dimension bezüglich F einen vorgegebenen Wert hat. Durch Konstruktion (Verwendung der Kontinuumshypothese) einer Gruppe reeller Zahlen, die positives äußeres Lebesguesches Maß besitzt, deren sämtliche Untergruppen vom Maß 0 aber abzählbar sind, wird gezeigt, daß Frage 2 im allgemeinen verneint werden muß. Jedoch vermuten die Verff. eine positive Antwort für den Fall, daß H eine Borelmenge ist.

H. Wegmann

Classification:

11B99 Sequences and sets

28A78 Hausdorff measures