
Zbl 093.25702

Erdős, Pál; Surányi, János

Bemerkungen zu einer Aufgabe eines mathematischen Wettbewerbs.

Remarks on an exercise of a mathematical competition. (In Hungarian. RU, German summary)

Mat. Lapok 10, 39-48 (1959). [0025-519X]

Für eine endliche nichtleere Menge M natürlicher Zahlen μ_ν mit $m = \max \mu_\nu$ und für eine natürliche Zahl $k \le m$ werde mit $A(M, k)$ die Aussage bezeichnet, daß es in jeder Menge $\mathfrak{M}$ von m aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen k verschiedene Elemente gibt, deren Produkt durch das Produkt der Elemente von M teilbar ist. Z.B. ist $A(M, m)$ für $M = \{1, ..., m\}$ bekanntlich richtig.

Die Aufgabe 6 des "M. Schweitzer mathematischen Wettbewerbes" im Jahr 1954 war, ob $A(M, \overline{\overline{M}})$ für $\overline{\overline{M}} = 2$ und 3 richtig ist ($\overline{\overline{M}}$ = Kardinalzahl von M). Im ersten Fall ist die Antwort bejahend, im zweiten verneinend, wie das Beispiel $M = \{7 \cdot 11, 7 \cdot 13, 11 \cdot 13\}$, $\mathfrak{M} = \{5935, ..., 6077\}$ zeigt. Die Verff. beweisen: Für $M = \{a, b, c\}$ $(a < b < c)$ mit $(a, b, c) = 1$ ist $A(M, 3)$ dann und nur dann falsch, wenn $a = uv$, $b = uw$, $c = vw$, $w < 2u$ (u, v, w Primzahlen), dagegen gilt $A(m, 4)$ sogar ohne die Annahme $(a, b, c) = 1$. Man definiere die Aussage $A_\lambda(M, k)$ für $\lambda > 1$ mit der Änderung, daß für $\mathfrak{M}$ die Menge der natürlichen Zahlen in jedem Intervall von der Länge λm zugelassen wird. Für alle $M = \{a, b, c\}(a < b < c)$ gilt dann $A_\lambda(M, 3)$ genau nur für $\lambda \ge \sqrt{2}$.

Es wird noch folgendes Problem gestellt: Wann ist die offenbar existierende kleinste positive Zahl $f(n)$ $(n = 2, 3, ...)$ so beschaffen, daß für beliebige natürliche Zahlen $a_1 < \cdots < a_n$ jede Menge von mindestens $f(n)a_n$ aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen eine Untermenge von der Form $\{c_1 a_1, ..., c_n a_n\}$ enthält ($c_1, ..., c_n$ ganz). Es wird $c(\log n)^\alpha < f(n) < c'\sqrt{n}$ gezeigt (c, c', α passende positive Konstanten).

L.Rédei

Classification:
11A41 Elemementary prime number theory