Zbl 090.39401
Erdős, Pál; Gallai, Tibor
On maximal paths and circuits of graphs. (In English)
Acta Math. Acad. Sci. Hung. 10, 337-356 (1959). [0001-5954]

Alle hier vorkommenden Graphen G haben n Knotenpunkte, $\nu(G)$ sei die Kantenzahl von G. C_k sei der vollständige Graph mit k Punkten. Ist der Graph jedes Punktes $\geq \frac{1}{2}(n-1)$ $(n \geq 4)$, dann gibt es in G einen hamiltonschen Kreis und zwei beliebige Punkte aus G können durch eine offene hamiltonsche Linie verbunden werden. — Ist $\nu(G) < \frac{1}{2}nl.$ bzw. $> \frac{1}{2}(n-1)l$, so enthält G einen Weg, bzw. Kreis mit mehr als l Kanten. Die Schranke ist genau im Fall $n = q(l+1)$, bzw. $n = q(l-1)+1$, wie das Beispiel des Graphen zeigt, der Vereinigung von q Graphen C_{l+1} ist, bzw. des zusammengesetzten Graphen, der q Glieder hat, von denen jedes ein C_l ist. — Ist $n \geq (\frac{1}{2}k+1)^3$ $(k \geq 1)$, $\nu(G) > nk - \binom{k+1}{2} = \varphi(n,k)$, so enthält G einen Weg oder Kreis mit mehr als $2k$ Kanten. Daß die Schranke für $\nu(G)$ genau ist, zeigt der Graph G_k^* $(2k \leq n)$, der zusammengesetzt ist aus einem C_k, einer aus $n-k$ Punkten bestehenden Punktmenge Q und allen Kanten, die Punkte aus Q mit Punkten aus C_k verbinden. — Kanten heißen unabhängig, wenn sie paarweise keinen Punkt gemein haben. Ist k die Höchstzahl unabhängiger Kanten in G, so ist $\nu(G) \leq \max\left(\binom{2k+1}{2}, \varphi(n,k)\right)$. Das Gleichheitszeichen ist nur möglich, wenn $G = G_k^*$ oder $G = C_{2k+1} \cup \{p_i\}$, wobei p_i isolierte Punkte sind.

H.Künneth

Classification:
05C35 Extremal problems (graph theory)
05C38 Paths and cycles
05C45 Eulerian and Hamiltonian graphs

©European Mathematical Society & FIZ Karlruhe & Springer-Verlag