Zbl 083.03701

Erdős, Pál

Solution of two problems of Jankowska. (In English. RU summary)

Bull. Acad. Pol. Sci., Sér. Sci. Math. Astron. Phys. 6, 545-547 (1958).

Von *S.Jankowska* (vgl. vorstehendes Referat, Zbl 083.03603) wurde die Frage gestellt, ob es unendlich viele Paare teilerfremder natürlicher Zahlen a, b gibt, für die gleichzeitig gilt: $\varphi(a) = \varphi(b)$, $\sigma(a) = \sigma(b)$, $d(a) = d(b)$ (wobei φ die Eulersche φ- Funktion, σ die Summe der Teiler, d deren Anzahl bedeutet); ferner, ob für jedes k ein k-Tupel natürlicher Zahlen $a_1, a_2, ..., a_k$ existiert, für das gilt: $a_i \neq a_j$, $\varphi(a_i) = \varphi(a_j)$, $\sigma(a_i) = \sigma(a_j)$, $d(a_i) = d(a_j)$ für alle $1 \leq i < j \leq k$. Der Verf. beweist, daß die beiden Vermutungen richtig sind und führt eine Reihe eigener — bisher unbewiesener — Vermutungen an:
1. Kann man zusätzlich $(a_i, a_j) = 1$ verlangen?
2. Sei $A(n)$ die Anzahl der Lösungen von $\varphi(x) = n$; gilt dann $\sum_{n \leq x} A(n)^2 > x^{2-\varepsilon}$?
3. Gilt $A(n) > n^{1-\varepsilon}$ für unendlich viele n ?
4. Kann man für jedes $\varepsilon > 0$ eine Folge von aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen $n + i$, $1 \leq i \leq n^{1-\varepsilon}$ finden, für die $\varphi(n + i_1) \neq \varphi(n + i_2)$ ist (für alle $0 \leq i_1 \leq i_2 \leq n^{1-\varepsilon}$)?

K.Prachar

Classification:
11A25 Arithmetic functions, etc.

©European Mathematical Society & FIZ Karlruhe & Springer-Verlag