
Zbl 034.31403**Erdős, Pál***On a new method in elementary number theory which leads to an elementary proof of the prime number theorem. (In English)***Proc. Natl. Acad. Sci. USA 35, 374-384 (1949). [0027-8424]**

Der Verf. beschreibt seinen Anteil an den Untersuchungen, die zum ersten elementaren Beweis des Primzahlsatzes geführt haben. Unter Benutzung der von Atle Selberg entdeckten grundlegenden Formel

$$(1) \quad \sum_{p < x} (\log p)^2 + \sum_{pq < x} \log p \log q = 2x \log x + O(x),$$

in welcher über Primzahlen p und q summiert wird, gelingt dem Verf. zum ersten Mal auf elementarem Wege der Nachweis, daß für jedes feste positive δ und $x \rightarrow \infty$ die Beziehung

$$(2) \quad x = O\left(\sum_{x < p < x + \delta x} \log p\right)$$

gilt, aus der insbesondere folgt, daß der Quotient konsekutiver Glieder der Primzahlfolge gegen 1 strebt. Der im Text gegebene Beweis von (2) ist in der Idee korrekt, wird aber durch verschiedene Ungenauigkeiten von Lücken beeinträchtigt, welche das Verständnis erschweren. Es wird dann ausgeführt, wie A. Selberg aus (1) und (2) durch weitere elementare Schlüsse den Primzahlsatz abgeleitet hat (in der späteren Veröffentlichung von A. Selberg [Ann. Math., Princeton, II. S. 50, 305-313 (1949; Zbl 036.30604)] ist die Benutzung von (2) überflüssig geworden), und es werden einige Vereinfachungen angegeben.

Siegel

Classification:

11N05 Distribution of primes