Zbl 021.01702
Erdős, Paul
An extremum-problem concerning trigonometric polynomials. (In English)
Acta Litt. Sci. Szeged 9, 113-115 (1939).

Der Verf. beweist den folgenden Satz: Es sei $S(x)$ ein trigonometrisches Polynom $n$ter Ordnung derart, daß $|S(x)| \leq 1$ ist für alle reellen Werte von x. Dann haben unter den graphischen Darstellungen aller dieser Polynome diejenigen, deren Gleichungen $y = \cos(nx+\alpha)$ mit reellem α sind, die maximale Bogenlänge zwischen 0 und 2π. Auch wird ein von *P. Csillag* herrührender zweiter Beweis desselben Satzes gegeben. Bei diesen Beweisen wird das folgende Lemma von *J.G.van der Corput* und *G.Schaake* angewendet [Satz 3 in Compositio Math. 2, 321-361 (1936; Zbl 013.10802)]: Sei $S(x)$ ein trigonometrisches Polynom $n$ter Ordnung derart, daß $|S(x)| \leq 1$ ist und $T(x) = \cos nx$. Wenn x_1 und x_2 zwei reelle Zahlen sind derart, daß $-1 < S(x_1) \leq T(x_2) < 1$ ist, so gilt $|S'(x_1)| \leq |T'(x_2)|$. Wenn das Gleichheitszeichen in einem einzigen Falle gilt, so gilt es stets, also ist dann $S(x) = T(x + \alpha)$. Der Verf. vermutet die Gültigkeit des folgenden Satzes: Wenn $f(x)$ ein Polynom n^{ter} Ordnung ist derart, daß $|f(x)| \leq 1$ in $(-1, 1)$, so hat unter den graphischen Darstellungen aller dieser Polynome diejenige des Tschebycheffschen Polynoms die maximale Bogenlänge zwischen -1 und $+1$.

G.Schaake (Groningen)

Classification:
42A05 Trigonometric polynomials
33C25 Orthogonal polynomials and functions